

۹۸- برای سیستم های با ورودی و خروجی پیوسته در زمان، کدام مورد درست است؟

- (۱) سیستم می تواند هم زمان خطی، پایدار و تغییرپذیر با زمان باشد.
- (۲) سیستم می تواند هم زمان بی حافظه، ناپایدار و غیر علی باشد.
- (۳) سیستم نمی تواند هم زمان غیر خطی، علی و تغییرپذیر با زمان باشد.
- (۴) سیستم نمی تواند هم زمان بی حافظه، ناپایدار و تغییرپذیر با زمان باشد.

رد ۱ صحیح است. در سایر گزینه ها:

رد ۲: سیستم بی حافظه قطعاً علی است.

رد ۳: مثال نقض: $h x^2[h]$

رد ۴: مثال نقض:

$$y[h] = \frac{x[h]}{h}$$

۹۹- سیستم S با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را به صورت زیر در نظر بگیرید. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

($f[n]$ تابعی مستقل از $x[n]$ و $y[n]$ است.)

$$y[n] = x[n] f[n]$$

(۱) S همواره خطی است.

(۲) اگر $f[n] = 1 + (-1)^n$ باشد، آنگاه S تغییرناپذیر با زمان است.

(۳) اگر $f[n] = n$ باشد، آنگاه S تغییرپذیر با زمان است.

(۴) اگر $f[n] = 2$ باشد، آنگاه S تغییرناپذیر با زمان است.

(۹۹)

۱- درست است زیرا اگر ورودی $x_1[n]$ و $x_2[n]$ بدهیم خروجی $y_1[n] + y_2[n]$ خواهد بود.

$$y[n] = \begin{cases} 0 & n \text{ odd} \\ 2x[n] & n \text{ even} \end{cases}$$

۲- نادرست است زیرا:

$$\begin{cases} 0 & (n-n_0) \text{ odd} \\ 2x[n-n_0] & (n-n_0) \text{ even} \end{cases} \neq \begin{cases} 0 & n \text{ odd} \\ 2x[n-n_0] & n \text{ even} \end{cases}$$

۳- درست است زیرا:

$$y[n] = n x[n]$$

$$(n-n_0) x[n-n_0] \neq n x[n-n_0]$$

۴- درست است با همان استدلال نرینه قبل

۱۰۰- حاصل انتگرال $\int_{-\pi/5}^{\pi/5} \delta(\sin(\pi t)) dt$ ، کدام است؟ $\delta(\cdot)$ نشانگر تابع ضربه است.

(۱) π

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{\pi^2}$

(۴) $\frac{1}{\pi}$ ✓

تغییر متغیر $\pi t = u$: $dt = \frac{du}{\pi}$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \delta(\sin(u)) du = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(u) \delta(\sin(u)) du$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \delta(z) dz = \frac{1}{\pi} \cdot 4 = \frac{4}{\pi}$$

۱-۱ فرض کنید $y_1(t) = x(t) * h(t)$ و $y_2(t) = x(4t) * h(4t)$ در این صورت:

$$y_2(t) = 4y_1(4t) \quad (1)$$

$$y_2(t) = y_1(4t) \quad (2)$$

$$y_2(t) = \frac{1}{4}y_1(4t) \quad (3) \quad \checkmark$$

$$y_2(t) = \frac{1}{4}y_1\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4)$$

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(4\tau) h(4t-4\tau) d\tau$$

$$4\tau = z$$

$$\tau = \frac{dz}{4}$$

$$= \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} x(z) h(4t-z) dz = \frac{1}{4} y_1(4t) \quad \text{و } \int_{-\infty}^{\infty}$$

۱۰۲- فرض کنید $x(t)$ یک سیگنال متناوب با دوره T_0 و ضرایب سری فوریه a_k باشد و داریم $a_k = -a_{k+6}$.

اگر ضرایب سری فوریه سیگنال $y(t) = 2x(t) \cos\left(\frac{4\pi}{T_0}t\right)$ با دوره تناوب T_0 را b_k بنامیم،

کدام است؟

$$a_2 + a_0 \quad (2)$$

$$a_4 + a_0 \quad (1)$$

$$a_0 + a_2 + a_4 \quad (4)$$

$$a_2 + a_4 \quad (3)$$

$$y(t) = x(t) e^{j2\omega_0 t} + x(t) e^{-j2\omega_0 t}$$

$$e^{j2m\omega_0 t} x(t) \xleftrightarrow{FS} a_{k-m}$$

خاصیت انتقال فرکانسی:

$$\rightarrow b_k = a_{(k+2)} + a_{(k-2)}$$

$$a_0 = -a_6 *$$

$$\rightarrow b_2 + b_4 = a_4 + a_0 + a_6 + a_2 \stackrel{*}{=} a_4 + \cancel{a_0 - a_0} + a_2 = a_4 + a_2$$

۱۰۳- اگر $x(t)$ یک سیگنال زمانی با مقادیر موهومی خالص و تقارن فرد باشد، کدام مورد، در خصوص تبدیل فوریه

آن، یعنی $X(j\omega)$ درست است؟

(۱) $X(j\omega) = 0$ و تقارن زوج دارد.

(۲) $\text{Im}\{X(j\omega)\} = 0$ و تقارن زوج دارد.

(۳) $\text{Im}\{X(j\omega)\} = 0$ و تقارن فرد دارد. ✓

(۴) $\text{Re}\{X(j\omega)\} = 0$ و تقارن فرد دارد.

$$x(t) = -x(-t) \text{ و } x^*(t) = -x(t)$$

ابتدا اصلین فرض سوال خواهیم داشت:

$$x(t) \xrightarrow{F} X(j\omega)$$

$$x^*(t) \xrightarrow{F} X^*(-j\omega)$$

$$-x(t) \xrightarrow{F} X^*(-j\omega)$$

$$-x(-t) \xrightarrow{F} X^*(j\omega)$$

$$x(t) \xrightarrow{F} X^*(j\omega)$$

$$\rightarrow X(j\omega) = X^*(j\omega)$$

$$\rightarrow \text{Im}\{X(j\omega)\} = 0$$

خاصیت تقارن مزدوج: $x(t) \xrightarrow{F} X(j\omega)$

$$-x(-t) \xrightarrow{F} X(-j\omega)$$

$$x(t) \xrightarrow{F} -X(-j\omega)$$

$$\rightarrow -X(-j\omega) = X(j\omega)$$

تقارن فرد

بنابراین درست صحیح است.

وارون سازی زمانی

۱۰۴- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) سیستم LTI پایداری وجود دارد که یک موج مربعی را در ورودی دریافت کرده و یک موج سینوسی با همان فرکانس اصلی موج مربعی در خروجی بدهد.
- (۲) سیستم LTI پایداری وجود دارد که یک موج سینوسی را در ورودی دریافت کرده و یک موج مربعی با همان فرکانس در خروجی بدهد.
- (۳) سیستم LTI پایداری وجود دارد که یک موج مربعی را در ورودی دریافت کرده و یک موج سینوسی با فرکانس ۳ برابر فرکانس اصلی موج مربعی در خروجی بدهد.
- (۴) سیستم LTI پایداری وجود دارد که یک موج مثلثی را در ورودی دریافت کرده و یک موج مربعی با همان فرکانس اصلی موج مثلثی در خروجی بدهد.

* سیستم LTI نمی تواند فرکانس جدید تولید کند.
چون در گز ۲ ورودی که فرکانس است و خروجی موج مربعی با بسامد فرکانس است بنابراین
خبرن سیستم LTI وجود ندارد.

$$x[n] \xrightarrow{F} X(e^{j\Omega}) , X(e^{j\Omega}) = 0 , \frac{\pi}{3} < |\Omega| < \pi$$

اگر $y[n] = \cos\left(\frac{4\pi}{3}n\right) \cdot x[n]$ باشد، تبدیل فوری $y[n]$ در چه بازه‌ای از Ω حتماً صفر است؟

$$|\Omega| < \frac{\pi}{3} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$|\Omega| < \pi \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} < |\Omega| < \frac{4\pi}{3} \quad (3)$$

$$|\Omega| < \frac{2\pi}{3} \quad (4)$$

ابتدای دانسته:

$$\frac{\pi}{3} < |\Omega| < \pi \xrightarrow{(1)} -\pi < -\frac{\pi}{3} < -\frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{3} < \pi \quad (2)$$

$$y[n] = \frac{1}{2} \left(e^{j\frac{4\pi}{3}n} x[n] + e^{-j\frac{4\pi}{3}n} x[n] \right) \quad \text{حال}$$

$$\rightarrow Y(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2} \left(X(e^{j(\Omega - \frac{4\pi}{3})}) + X(e^{j(\Omega + \frac{4\pi}{3})}) \right)$$

$$\downarrow (1) \quad -\frac{7\pi}{3} < \Omega - \frac{4\pi}{3} < -\frac{5\pi}{3}$$

$$\downarrow +2\pi \quad -\frac{\pi}{3} < \Omega - \frac{4\pi}{3} < \frac{\pi}{3}$$

$$\downarrow (2) \quad \frac{5\pi}{3} < \Omega + \frac{4\pi}{3} < \frac{7\pi}{3}$$

$$\downarrow -2\pi \quad -\frac{\pi}{3} < \Omega + \frac{4\pi}{3} < \frac{\pi}{3}$$

بنابراین قطعاً در بازه $-\frac{\pi}{3} < \Omega < \frac{\pi}{3}$ مقدار (مضرب) صفر است.

۱۰۶- برای یک سیستم LTI گسسته پایدار با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\Omega})$ و پاسخ ضربه $h[n]$ داریم:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(e^{j\Omega})|^2 d\Omega = 1$$

در خصوص، این سیستم کدام مورد ممکن است درست باشد؟

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H(e^{j\Omega}) d\Omega > 1 \quad (1)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = 0 \quad (2)$$

$$h[0] = 2 \quad (3)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] > 1 \quad (4) \quad \checkmark$$

طبق سوال: رد گزینه ۲، $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(e^{j\Omega})|^2 d\Omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]|^2 = 1$

$\rightarrow |h[n]| \leq 1 \rightarrow |h[0]| \leq 1 \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H(e^{j\Omega})| d\Omega \leq 1$

بنابراین هم رد او هم رد ۳ (دی شود).

مثال برای رد ۴: $h[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta[n+1]$

$\rightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} > 1$

۱۰۷- چند سیستم LTI وجود دارند که معادله دیفرانسیل آنها به صورت زیر باشد؟

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = \frac{d}{dt}x(t) - x(t)$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳) ✓

۴ (۴)

$$H(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2} = \frac{-2}{s+1} + \frac{3}{s+2}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} (-2e^{-t} + 3e^{-2t})u(t) & \text{ROC} = (-1, +\infty) \\ (+2e^{-t} - 3e^{-2t})u(-t) & \text{ROC} = (-\infty, -2) \\ +2e^{-t}u(-t) + 3e^{-2t}u(t) & \text{ROC} = (-2, -1) \\ -2e^{-t}u(t) - 3e^{-2t}u(-t) & \text{ROC} = \phi \end{array} \right.$$

بنابراین ۳ سیستم وجود دارد. البته از ابتدائاً با توجه به دو قطب -۲ و -۳ می توانستیم حدس زد.

۳ ر

۱۰۸- یک سیستم LTI گسسته پایدار با پاسخ ضربه $h_1[n]$ دارای تابع تبدیل $H_1(z) = \frac{A(z^{-1})}{(1-2z^{-1})^3}$ است که

$A(z^{-1})$ یک چندجمله‌ای درجه ۴ بر حسب z^{-1} است. در مورد سیستمی با پاسخ ضربه $h_2[n] \triangleq h_1[-n]$ کدام مورد درست است؟

(۲) سیستم ناپایدار و غیرسببی است

(۱) سیستم پایدار و غیرسببی است.

(۴) سیستم ناپایدار و سببی است.

(۳) سیستم پایدار و سببی است.

$$H_2(z) = \frac{A(z)}{(1-2z)^3}$$

سیستم H_1 پایدار است

پس $|z| < 2$

پس $\frac{1}{2} < \frac{1}{|z|}$: H_2 بی‌قرار است

به دلیل بیشتر بودن درجه صورت از مخرج سیستم غیر سببی است و به دلیل اینکه R_o شامل دایره واحد است سیستم پایدار است.

گذا

۱۰۹- اگر $x_r[n] = \begin{cases} x_1[-\frac{n}{r}] & n = rk \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ ، کدام مورد درست است؟

$X_r(z) = X_1(-z^{-r})$ (۱)

$X_r(z) = X_1(z^r)$ (۲)

$X_r(z) = X_1(-z^r)$ (۳)

$X_r(z) = X_1(z^{-r})$ (۴) ✓

$x_1[-n] \longleftrightarrow X_1(z^{-1})$

$x_1[-\frac{n}{2}] \longleftrightarrow X_1(z^{-2}) \rightarrow X_2(z) = X_1(z^{-2})$ ۴-۵