

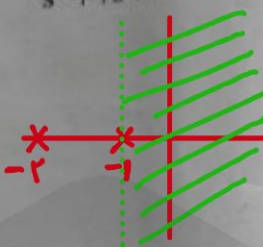
۱۰۳- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI علی به صورت $H(s) = \frac{k(s-1)}{s^2 + 3s + 2}$ مفروض است. با فرض $\int_{-\infty}^{\infty} h(t)dt = -\frac{1}{2}$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{rt} dt$$

$s = -2 \notin \text{RocH}(s)$

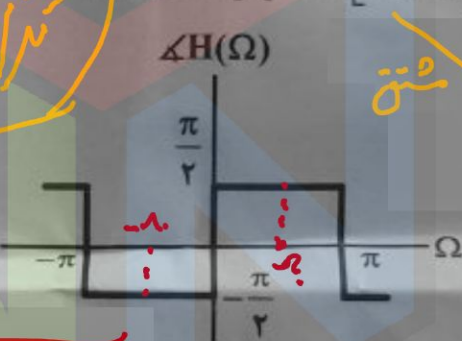
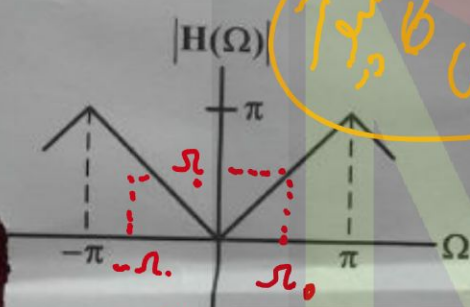
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{rt} dt = \infty$$



دکتر عباس شفیعی

- (۱) ۶
(۲) بی‌نهایت
(۳) ۰
(۴) $\frac{3}{10}$

۱۰۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم زمان گسسته به صورت زیر داده شده است. خروجی این سیستم به ازای $x[n] = \cos[\Omega_0 n + \theta]$; $-\pi \leq \Omega_0 \leq \pi$ کدام است؟



مشتق $\sin[\Omega_0 n + \theta]$

معادل یک سیگنال مشتق گیر عمل می‌کند.

(۱) $y[n] = -|\Omega_0| \sin[\Omega_0 n + \theta]$

(۲) $y[n] = -\Omega_0 \sin[\Omega_0 n + \theta]$

(۳) $y[n] = -\sin[\Omega_0 n + \theta]$

(۴) $y[n] = \Omega_0 \cos[\Omega_0 n + \theta]$

سیستم ۱:

$$y_1[n] = \frac{x[n] + x[n-1]}{2}$$

$$y_2[n] = \frac{x[n] - x[n-1]}{2}$$

سیستم ۲:

۱۰۵- دو سیستم LTI با رابطه ورودی - خروجی به صورت زیر را در نظر بگیرید:

فیلتر پایین‌گذر $H_1(z) = \frac{1}{2}(1 + z^{-1})$

فیلتر بالاگذر $H_2(z) = \frac{1}{2}(1 - z^{-1})$

در مورد این دو سیستم، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) سیستم ۱، یک فیلتر پایین‌گذر و سیستم ۲، یک فیلتر بالاگذر است.

(۲) سیستم ۱، یک فیلتر بالاگذر و سیستم ۲، یک فیلتر پایین‌گذر است.

(۳) هر دو سیستم، فیلتر بالاگذر هستند.

(۴) هر دو سیستم، فیلتر پایین‌گذر هستند.

بسیار ساده

۱-۶ مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(4t) \text{sinc}(1-t) \cos(6\pi t) dt = 2\pi \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}(4t) \text{sinc}(1-t) e^{j6\pi t} dt \right\}$$

$$= 2\pi \text{Re} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\tau} \Pi\left(\frac{\omega}{\lambda\pi}\right) \cdot \frac{1}{1-t} \Pi\left(\frac{4\pi-\omega}{2\pi}\right) d\omega \right\}$$

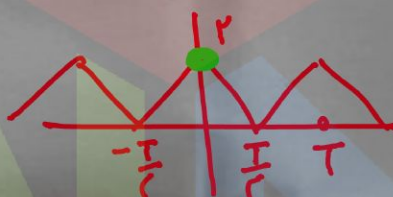
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega = \frac{\omega}{\varepsilon} = \frac{\pi}{\omega}$$

- (۱) $\frac{\pi}{5}$
(۲) $\frac{\pi}{10}$
(۳) ۰
(۴) $\frac{\pi}{2}$

۱-۷ مقدار تابع زیر کدام است؟

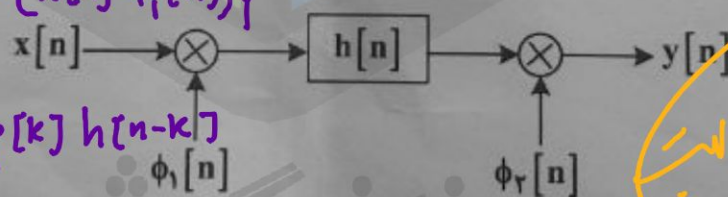
$$I = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{k^2} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\pi^2}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4} \times 2 = \frac{\pi^2}{2}$$

- (۱) $\frac{\pi}{2}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{\pi^2}{8}$
(۴) $\frac{\pi^2}{2}$



نکته: این تابع را می‌توان به صورت sinc^2 نوشت.

۱-۸ سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را به صورت شکل زیر در نظر بگیرید:



$$y[n] = \phi_2[n] \{ h[n] * (x[n] \phi_1[n]) \}$$

$$y[n] = \phi_2[n] \sum_k x[k] \phi_1[k] h[n-k]$$

نکته: این سیستم را می‌توان به صورت $y[n] = \phi_2[n] f[n]$ نوشت.

$h[n]$ پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان گسسته است. کدام گزینه در مورد این سیستم کلی صحیح است؟

(۱) این سیستم همواره خطی و تغییرناپذیر با زمان است.

(۲) این سیستم همواره غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان است.

(۳) این سیستم همواره خطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

(۴) این سیستم همواره غیرخطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

این سیستم همواره خطی است.
اما فقط در صورتی که $T=1$ است.
 $\phi_1[k] \phi_2[n] = f[n-k]$

۱۰۹- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ به صورت شکل زیر را در نظر بگیرید: که در آن رابطه ورودی و خروجی هر سیستم به صورت زیر داده شده است:

$$1 \text{ سیستم: } y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases}$$

$$2 \text{ سیستم: } y[n] = x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2]$$

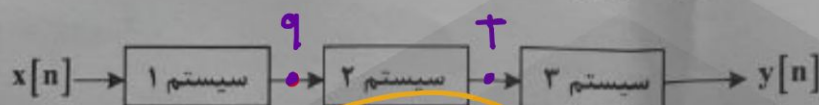
$$3 \text{ سیستم: } y[n] = x[2n]$$

برای سگنل می توان $n[n]$ به صورت $\delta[n]$ زتقو رفت. $\leftarrow q[n] = \delta[n]$

$$T[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{4}\delta[n-2]$$

$$y[n] = \delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-2]$$

کدام گزینه رابطه ورودی - خروجی سیستم کلی را نشان می دهد؟



$$y[n] = x[n] + \frac{1}{4}x[n-1] \quad (1)$$

$$y[n] = x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2] \quad (2)$$

$$y[n] = \begin{cases} x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases} \quad (3)$$

$$y[n] = \begin{cases} x[n] + \frac{1}{2}x[n-2] + \frac{1}{4}x[n-4], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases} \quad (4)$$

۱۱۰- سیستم زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را در نظر بگیرید. رابطه بین تبدیل فوریه این دو سیگنال به صورت رابطه زیر داده شده است:

$$Y(\Omega) = 2X(\Omega) + e^{-j\Omega}X(\Omega) - \frac{dX(\Omega)}{d\Omega}$$

$$\rightsquigarrow y[n] = 2x[n] + x[n-1] + nx[n]$$

کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح است؟

(۱) غیر خطی - تغییرپذیر با زمان

(۲) خطی - تغییرپذیر با زمان

(۳) خطی - تغییرپذیر با زمان $\delta(t^2 - 1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2}\delta(t-1) - \frac{1}{2}\delta(t+1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}\delta(t-1) + \frac{1}{2}\delta(t+1) \quad (2)$$

$$\delta(t-1) + \delta(t+1) \quad (3)$$

$$\delta(t-1) - \delta(t+1) \quad (4)$$

(۲) غیر خطی - تغییرناپذیر با زمان

(۴) خطی - تغییرناپذیر با زمان

$$\delta(t^2 - 1) = \frac{1}{|2t|} \delta(t-1) + \frac{1}{|2t|} \delta(t+1)$$

$$\Big|_{t=1} \quad \quad \quad \Big|_{t=-1}$$

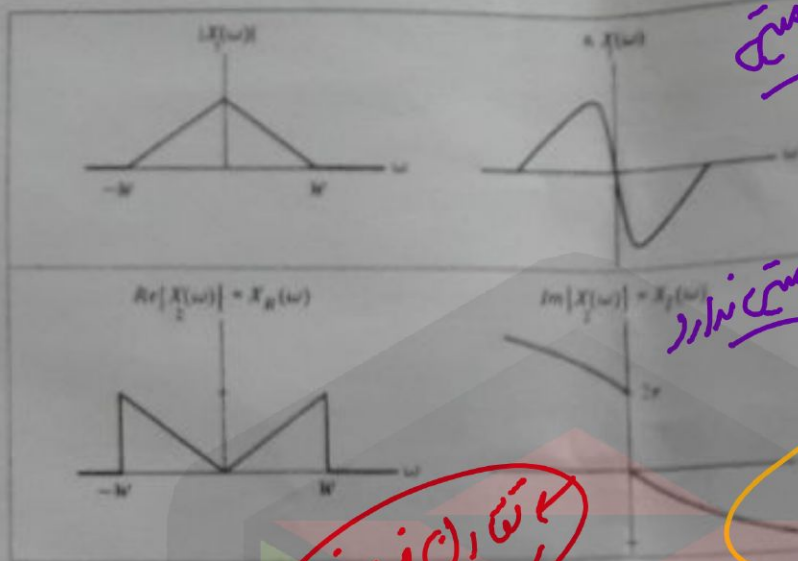
$$= \frac{1}{2}\delta(t-1) + \frac{1}{2}\delta(t+1)$$

فوق العاده باره

خطی و تغییرپذیر

تغییرپذیر با زمان
خطی و تغییرناپذیر با زمان

۱۱۲- اطلاعات تبدیل فوری دو سیگنال $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در شکل زیر داده شده است. کدام گزینه در مورد این دو سیگنال صحیح است؟



$x_1(t)$ حقیقی $\Rightarrow$ توان همست

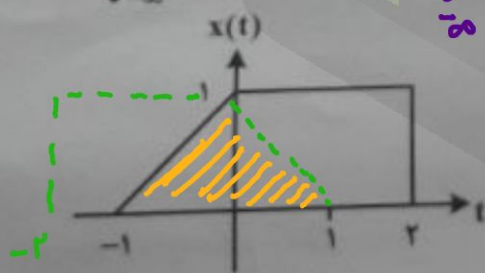
$x_2(t)$ حقیقی نیست $\Rightarrow$ توان همست ندارد

مفهوم بسیار ساده و معنادار

توان ندارد

- ۱) هر دو سیگنال حقیقی است
۲) هر دو سیگنال حقیقی نیست
۳) سیگنال $x_1(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_2(t)$ حقیقی نیست
۴) سیگنال $x_1(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_2(t)$ حقیقی نیست
۱۱۳- برای سیگنال $x(t)$ مقدار انتگرال رویه‌رو، کدام است؟

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} X^*(j\omega) d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) x(-\tau) d\tau = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \Delta(\tau) d\tau$$



$$= 2\pi \times 1 = 2\pi$$

کندران دیگر

- ۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) π
۴) 2π

۱۱۴- در یک سیستم LTI برای ورودی‌هایی که بازه $0 \leq n \leq 5$ صفر هستند، پاسخ سیستم در خارج از بازه

$-1 \leq n \leq 5$ همواره صفر است. اگر به ورودی $x[n] = \begin{cases} 2^{|n|} & |n| \leq 2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ اعمال شود، $y[0] = 4$ و

از اطلاعات اولیه داریم که مقدار $y[2] = -16$ می‌شود. مقدار $y[3]$ کدام است؟

$h[n]$ فقط دارای دو مقدار در $n=0, n=-1$ می‌باشد.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] x[n-k] = h[-1] x[n+1] + h[0] x[n]$$

$$y[0] = 4 = 2h[-1] + h[0] \rightarrow \begin{cases} h[0] = -2 \\ h[-1] = 3 \end{cases} \rightarrow y[2] = 8h[-1] + 4h[0] = 16$$

کندران به دست می‌آید ۵۵ و ۸۰٪

- ۱) -4
۲) -8
۳) 16
۴) 4