۱۰۳- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI علّی به‌صورت $H(s)=\dfrac{k(s-1)}{s^{2}+3s+2}$ مفروض است. با فرض $\int_{-\infty}^{\infty} h(t)\,dt=-\dfrac{1}{2}$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$I_2=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dh(t)}{dt}e^{3t}\,dt$$

$$H(s)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\,e^{-st}\,dt$$

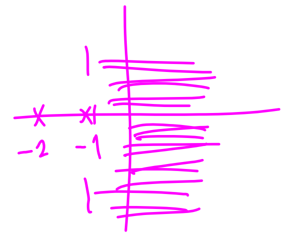
۱) ۶

۲) بی‌نهایت

۳) ۰

۴) $\frac{3}{10}$

$$H(s)=\frac{k(s-1)}{(s+1)(s+2)}$$



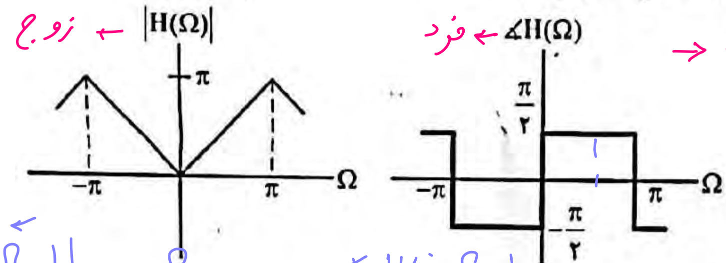
$$I_1=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t)\,dt=-\frac{1}{2}=H(0)$$

$$I_2=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{3t}\,dt=X(-3)=sH(s)\Big|_{s=-3}=\infty$$

$$x(t)=h'(t)\ \rightarrow\ X(s)=sH(s)$$

۱۰۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم زمان گسسته به‌صورت زیر داده شده است. خروجی این سیستم به‌ازای $x[n]=\cos[\Omega_0 n+\theta];\ -\pi\le\Omega_0\le\pi$، کدام است؟

→ فعلاً با حقیقی یا موهومی



$|H(j\Omega_0)| = \Omega_0$ $\qquad \measuredangle H(j\Omega_0) = \frac{\pi}{2}$

$|H(-j\Omega_0)| = \Omega_0$ $\qquad \measuredangle H(-j\Omega_0) = -\frac{\pi}{2}$

۱) $y[n]=-|\Omega_0|\sin[\Omega_0 n+\theta]$

۲) $y[n]=-\Omega_0\sin[\Omega_0 n+\theta]$ ✓

۳) $y[n]=-\sin[\Omega_0 n+\theta]$

۴) $y[n]=\Omega_0\cos[\Omega_0 n+\theta]$

$$x[n] = \frac{1}{2}e^{j\Omega_0 n}\cdot e^{j\theta} + \frac{1}{2}e^{-j\Omega_0 n}\cdot e^{-j\theta}$$

↓

$$y[n] = \frac{1}{2}e^{j\theta}\,H(j\Omega_0)\cdot e^{j\Omega_0 n} + \frac{1}{2}e^{-j\theta}\,H(-j\Omega_0)\cdot e^{-j\Omega_0 n}$$

$$y[n] = \frac{1}{2}e^{j\theta}\cdot\Omega_0\cdot\underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{j}\cdot e^{j\Omega_0 n} + \frac{1}{2}e^{-j\theta}\cdot\Omega_0\cdot\underbrace{e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{-j}\cdot e^{-j\Omega_0 n}$$

$$y[n] = \frac{j\Omega_0}{2}\Big(\underbrace{e^{j(\Omega_0 n+\theta)} - e^{-j(\Omega_0 n+\theta)}}_{2j\sin(\Omega_0 n+\theta)}\Big)$$

$$y[n] = -\Omega_0\sin(\Omega_0 n+\theta)$$

۱۰۵- دو سیستم LTI با رابطهٔ ورودی ـ خروجی به‌صورت زیر را در نظر بگیرید:

سیستم ۱ : $y_1[n]=\dfrac{x[n]+x[n-1]}{2}$ $\rightarrow Y_1(\omega)=\frac{1}{2}(1+e^{-j\omega})X(\omega)$

سیستم ۲ : $y_2[n]=\dfrac{x[n]-x[n-1]}{2}$ $\rightarrow Y_2(\omega)=\frac{1}{2}(1-e^{-j\omega})X(\omega)$

در مورد این دو سیستم، گزینهٔ صحیح کدام است؟

۱) سیستم ۱، یک فیلتر پایین‌گذر و سیستم ۲، یک فیلتر بالاگذر است. ✓

۲) سیستم ۱، یک فیلتر بالاگذر و سیستم ۲، یک فیلتر پایین‌گذر است.

۳) هر دو سیستم، فیلتر بالاگذر هستند.

۴) هر دو سیستم، فیلتر پایین‌گذر هستند.

$$H_1(\omega)=\frac{1}{2}(1+e^{-j\omega}) \rightarrow \begin{cases}|H(j0)|=1\\ |H(j\pi)|=0\end{cases} \rightarrow \text{پایین گذر}$$

$$H_2(\omega)=\frac{1}{2}(1-e^{-j\omega}) \rightarrow \begin{cases}|H(j0)|=0\\ |H(j\pi)|=1\end{cases} \rightarrow \text{بالاگذر}$$

۱۰۶- مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$2\pi\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\text{sinc}(4t)\,\text{sinc}(10t)}_{x(t)}\cos(6\pi t)\,dt$$

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{-j2\pi f t}\,dt$$

۱) $\frac{\pi}{5}$ ✓

۲) $\frac{\pi}{10}$

۳) 0

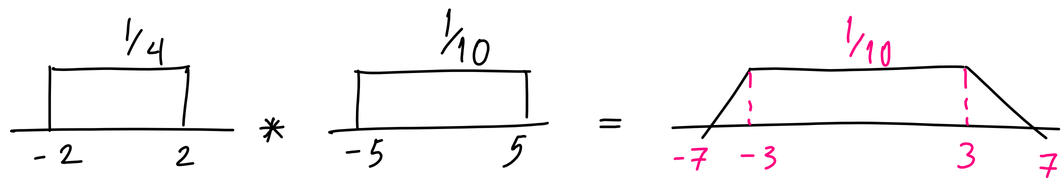
۴) $\frac{\pi}{2}$

$$I=\pi\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{j6\pi t}\,dt+\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\,e^{-j6\pi t}\,dt\right]$$

$$I=\pi\left[X(-j3)+X(j3)\right]=\pi\left[\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right]=\frac{\pi}{5}$$

$$x(t)=\text{sinc}(4t)\cdot\text{sinc}(10t)\rightarrow X(jf)=\frac{1}{4}\Pi\left(\frac{f}{4}\right)*\frac{1}{10}\Pi\left(\frac{f}{10}\right)$$

$X(jf)=$



$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

۱۰۷- مقدار تابع زیر کدام است؟

$$I = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2(\frac{k\pi}{2})}{k^2} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k = x[0] = \frac{1}{T} \times T_1 \times \pi^2 = \frac{\pi^2}{2}$$

۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{\pi^2}{8}$

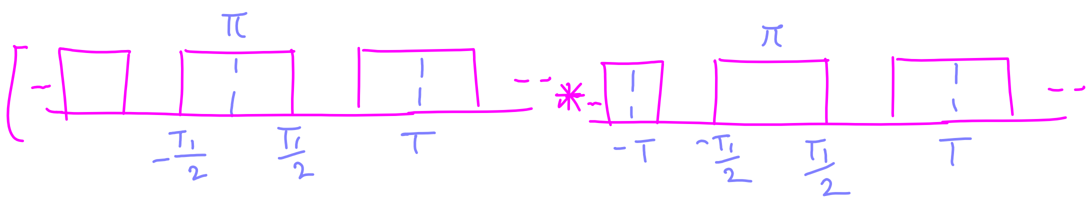
۴) $\frac{\pi^2}{2}$ ✓

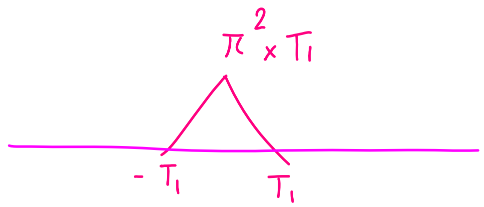
$$a_k = \left(\frac{\sin k\pi/2}{k}\right) \cdot \left(\frac{\sin k\pi/2}{k}\right) = b_k \cdot b_k$$

$$x(t) = \frac{1}{T} y(t) * y(t)$$

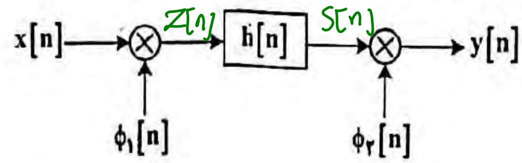
$$\rightarrow b_k = \frac{\sin k\pi/2}{k\frac{\pi}{2}} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{k}{2}\right) \qquad \frac{A T_1}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \pi$$

$$\checkmark \left[\frac{T_1}{T} = \frac{1}{2}\right]$$

$x(t) = \frac{1}{T}$ 

$x(t) = \frac{1}{T}$  →

۱۰۸- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را به‌صورت شکل زیر در نظر بگیرید:



$h[n]$ پاسخ ضربهٔ یک سیستم LTI زمان گسسته است. کدام گزینه در مورد این سیستم کلی صحیح است؟

۱) این سیستم همواره خطی و تغییرناپذیر با زمان است.

۲) این سیستم همواره غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان است.

۳) این سیستم همواره خطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

۴) این سیستم همواره غیرخطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

$Z[n] = x[n] \cdot \phi_1[n]$; $S[n] = Z[n] * h[n]$; $y[n] = S[n] \cdot \phi_2[n]$

$$y[n] = \left(x[n]\,\phi_1[n] * h[n]\right) \cdot \phi_2[n]$$

اگر تابعی بر حسب n باشد ← TV

اگر عدد ثابت باشد ← TI

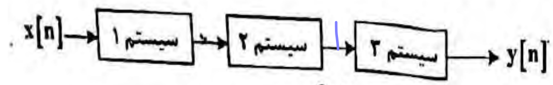
۱۰۹- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ به‌صورت شکل زیر را در نظر بگیرید؛ که در آن رابطهٔ ورودی و خروجی هر سیستم به‌صورت زیر داده شده است:

سیستم ۱: $y_1[n]=\begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd}\end{cases}$

سیستم ۲: $y_2[n]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{1}{4}x[n-2] = y_1[n]+\frac{1}{2}y_1[n-1]+\frac{1}{4}y_1[n-2]$

سیستم ۳: $y[n]=x[2n] = y_3[n] = y_2[2n]$

کدام گزینه رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم کلی را نشان می‌دهد؟



$$y_2[n]=\begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right]+\frac{1}{2}x\left[\frac{n-1}{2}\right]+\frac{1}{4}x\left[\frac{n-2}{2}\right] & n: \text{even} \\ 0 & n: \text{odd}\end{cases}$$

۱) $y[n]=x[n]+\frac{1}{4}x[n-1]$

۲) $y[n]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{1}{4}x[n-2]$

۳) $y[n]=\begin{cases} x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{-1}{4}x[x-2], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd}\end{cases}$

۴) $y[n]=\begin{cases} x[n]+\frac{1}{2}x[n-2]+\frac{1}{4}x[n-4], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd}\end{cases}$

$$y[n]=y_3[n]=x[n]+\frac{1}{2}x\left[\frac{2n-1}{2}\right]+\frac{1}{4}x\left[\frac{2n-2}{2}\right]$$

چون شیفت غیرصحیح دارد

$$y[n]=x[n]+\frac{1}{2}\cancel{x[n-\tfrac{1}{2}]}+\frac{1}{4}x[n-1]$$

$$y[n]=x[n]+\frac{1}{4}x[n-1]$$

۱۱۱- $\delta(t^{2}-1)$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\delta(t-1)-\frac{1}{2}\delta(t+1)$

۲) $\frac{1}{2}\delta(t-1)+\frac{1}{2}\delta(t+1)$ ✓

۳) $\delta(t-1)+\delta(t+1)$

۴) $\delta(t-1)-\delta(t+1)$

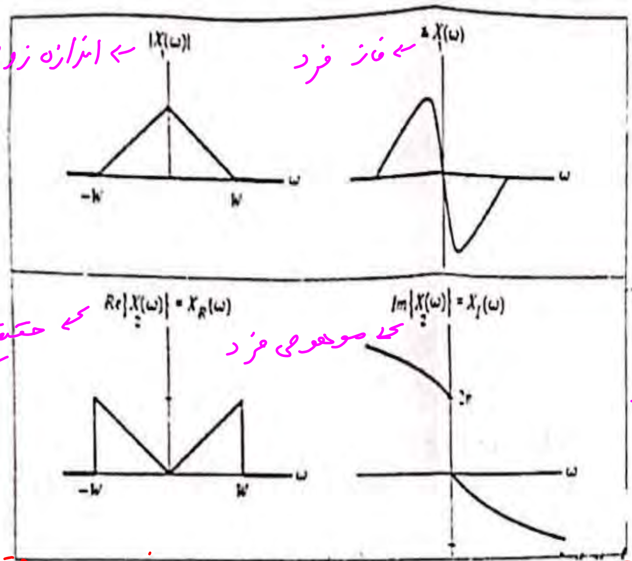
$$\delta(t^2-1)=\delta((t-1)(t+1))=\frac{1}{2}\delta(t-1)+\frac{1}{2}\delta(t+1)$$

۱۱۲- اطلاعات تبدیل فوریهٔ دو سیگنال $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در شکل زیر داده شده است.

کدام گزینه در مورد این دو سیگنال صحیح است؟

اندازه زوج ←

← فاز فرد



← قطعاً در زمان یا حقیقی یا موهومی

حقیقی و زوج ←

← موهومی فرد

$X_2(\omega)$ = حقیقی و زوج + موهومی و فرد → $x_2(t)$: حقیقی و زوج + حقیقی و فرد

حقیقی نه : حقیقی و فرد

زوج نه فرد

۱) هر دو سیگنال حقیقی است.

۲) هر دو سیگنال حقیقی نیست.

۳) سیگنال $x_2(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_1(t)$ حقیقی نیست. ✓

۴) سیگنال $x_1(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_2(t)$ حقیقی نیست.

$$Y(\omega) = X(\omega) . X(\omega)$$

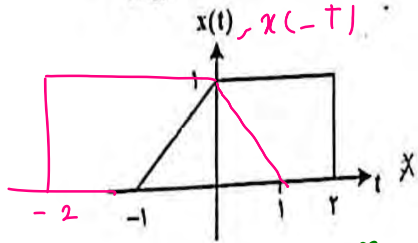
$$\downarrow$$

$$y(t) = x(t) * x(t)$$

۱۱۳- برای سیگنال $x(t)$، مقدار انتگرال روبه‌رو، کدام است؟

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) . e^{j\omega t} d\omega$$

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{X^{2}(j\omega)}_{Y(\omega)} d\omega$$



۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۱

۳) π

[✓ ۴) 2π]

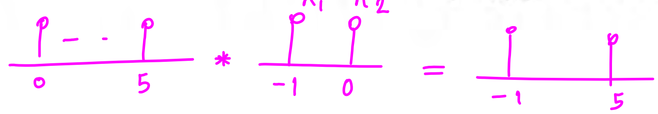
$$I = 2\pi\, y(0) = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) x(-\tau)\, d\tau = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau = 2\pi$$

پاسخ

۱۱۴- در یک سیستم LTI برای ورودی‌هایی که خارج از بازهٔ $0 \le n \le 5$ صفر هستند، پاسخ سیستم در خارج از بازه $-1 \le n \le 5$ همواره صفر است. اگر به ورودی $x[n]=\begin{cases}2^{|n|} & , \ |n|\le 3 \\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$ اعمال شود، $y[0]=4$ و $y[3]=-16$ می‌شود. مقدار $y[2]$ کدام است؟

$\rightarrow -3 \le n \le 3$

h_1 h_2



۱) -4

۲) -8

۳) 16 ✓

۴) 4

$-1 \le n \le 5$

$$y[n]=x[n]*h[n]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]\,h[n-k] \rightarrow y[2]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k].h[2-k]$$

$$y[0]=4=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k].h[-k]=\overset{1}{x[0]}.h[0]+\overset{2}{x[1]}.h[-1]=4 \rightarrow [h[-1]=3]$$

$$y[3]=-16=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k].h[3-k]=\overset{8}{x[3]}.h[0]=-16 \Rightarrow [h[0]=-2]$$

$$y[2]=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k].h[2-k]=\overset{4}{x[2]}.\overset{-2}{h[0]}+\overset{8}{x[3]}.\overset{3}{h[-1]}=16$$