حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۳- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI علّی به‌صورت $H(s)=\frac{k(s-1)}{s^2+3s+2}$ مفروض است. با فرض $\int_{-\infty}^{\infty}h(t)dt=-\frac{1}{2}$ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dh(t)}{dt}e^{3t}dt$$

۱) ۶

۲) بی‌نهایت ✓

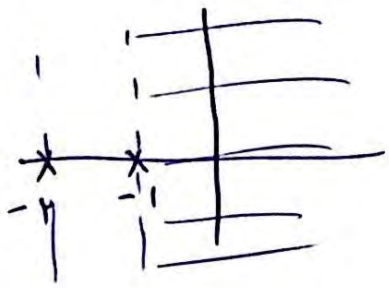
۳) ۰

۴) $\frac{3}{10}$

- قطب ها برابر $\begin{cases}s_1=-1\\ s_2=-2\end{cases}$ می باشند. وچون $H(0)=-\frac{1}{2}$ می باشد

پس $s=0$ عضو ROC است.

و $s=-3$ عضو ROC نیست پس حاصل انتگرال واگراست.

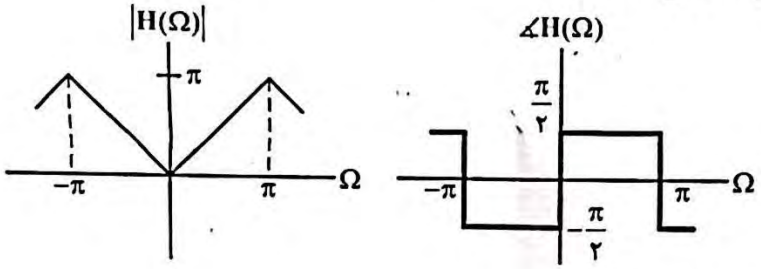


- گزینه (۲) صحیح است

- آسان

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم زمان گسسته به‌صورت زیر داده شده است. خروجی این سیستم به‌ازای $x[n]=\cos[\Omega_0 n+0]$; $-\pi\le\Omega_0\le\pi$، کدام است؟



۱) $y[n]=-|\Omega_0|\sin[\Omega_0 n+\theta]$

۲) $y[n]=-\Omega_0\sin[\Omega_0 n+\theta]$

۳) $y[n]=-\sin[\Omega_0 n+0]$

۴) $y[n]=\Omega_0\cos[\Omega_0 n+\theta]$

$$|H(\Omega)|=\begin{cases}\Omega & 0<\Omega<\pi\\ -\Omega & -\pi<\Omega<0\end{cases},\quad \angle H(\Omega)=\begin{cases}\frac{\pi}{2} & 0<\Omega<\pi\\ -\frac{\pi}{2} & -\pi<\Omega<0\end{cases}$$

$$y[n]=|H(\Omega_0)|\cos\left(\Omega_0 n+\theta+\angle H(\Omega_0)\right)$$

$$0<\Omega<\pi \rightarrow y[n]=\Omega_0\cos\left(\Omega_0 n+\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\Omega_0\sin(\Omega_0 n+\theta)$$

$$-\pi<\Omega<0 \rightarrow y[n]=-\Omega_0\cos\left(\Omega_0 n+\theta-\frac{\pi}{2}\right)=-\Omega_0\sin(\Omega_0 n+\theta)$$

$$\Rightarrow y[n]=-\Omega_0\sin(\Omega_0 n+\theta)$$

- گزینه (۲) صحیح است
- آسان

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۵- دو سیستم LTI با رابطهٔ ورودی ـ خروجی به‌صورت زیر را در نظر بگیرید:

سیستم ۱ : $y_1[n]=\frac{x[n]+x[n-1]}{2}$

سیستم ۲ : $y_2[n]=\frac{x[n]-x[n-1]}{2}$

در مورد این دو سیستم، گزینهٔ صحیح کدام است؟

(۱) سیستم ۱، یک فیلتر پایین‌گذر و سیستم ۲، یک فیلتر بالاگذر است.

۲) سیستم ۱، یک فیلتر بالاگذر و سیستم ۲، یک فیلتر پایین‌گذر است.

۳) هر دو سیستم، فیلتر بالاگذر هستند.

۴) هر دو سیستم، فیلتر پایین‌گذر هستند.

$$H_1(\omega)=\frac{1+e^{-j\omega}}{2} \Rightarrow \begin{cases} H_1(0)=1 \\ H_1(\pi)=0 \end{cases}$$ → فیلتر پایین‌گذر

$$H_2(\omega)=\frac{1-e^{-j\omega}}{2} \Rightarrow \begin{cases} H_1(0)=0 \\ H_1(\pi)=1 \end{cases}$$ → فیلتر بالاگذر

- گزینه (۱) صحیح است

- آسان

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۶- مقدار انتگرال زیر، کدام است؟

$$2\pi\int_{-\infty}^{\infty}\text{sinc}(4t)\,\text{sinc}(10t)\cos(6\pi t)dt$$

۱) $\frac{\pi}{5}$ ✓

۲) $\frac{\pi}{10}$

۳) ۰

۴) $\frac{\pi}{2}$

$$I = 2\Omega\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin 4\Omega t}{4\Omega t}\cdot\frac{\sin 10\Omega t}{10\Omega t}\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{j4\Omega t}dt$$

$$+ 2\Omega\int_{-\infty}^{\infty} \quad \cdot\frac{1}{2}\cdot e^{-j4\Omega t}\cdot dt$$

$$= \frac{\Omega}{40}F\left\{\frac{\sin 4\Omega t}{\Omega t}\cdot\frac{\sin 10\Omega t}{\Omega t}\right|_{\omega=-4\Omega}+\frac{\Omega}{20}F\Big\}_{\quad}\Big|_{\omega=+4\Omega}$$

$$= \frac{\Omega}{20}\times\frac{1}{2\Omega}\Big[\underset{-4\Omega\ \ 4\Omega}{\square} * \underset{-10\Omega\ \ 10\Omega}{\square}\Big|_{\omega=-4\Omega} + \frac{\Omega}{20}\times\frac{1}{2\Omega}\Big[\quad\Big|_{\omega=+4\Omega}$$

$$= \frac{1}{80}\int x_1(\theta)x_2(-4\Omega-\theta)\,d\theta + \frac{1}{80}\int x_1(\theta)x_2(4\Omega-\theta)\,d\theta$$

$$= \frac{1}{80}(8\Omega+8\Omega) = \frac{14\Omega}{80} = \frac{\Omega}{5}$$

- گزینه (۱) صحیح است

- متوسط

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۷- مقدار تابع زیر کدام است؟

$$I=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin^2(\frac{k\pi}{2})}{k^2}$$

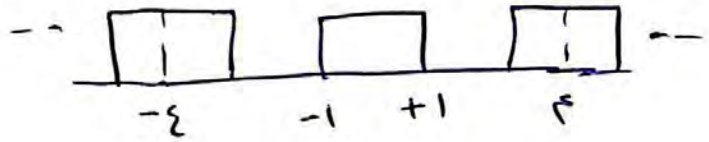
۱) $\frac{\pi}{2}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{\pi^2}{8}$

۴) $\frac{\pi^2}{2}$ ✓

$$a_k=\frac{1}{T}\,\frac{2\sin T_1 k\omega_0}{k\omega_0}$$



$$\Rightarrow a_k=\frac{1}{4}\,\frac{2\sin\frac{k\Omega}{2}}{k\frac{\Omega}{2}}=$$

$$a_k=\frac{\sin\frac{k\Omega}{2}}{k\Omega}\Rightarrow\frac{1}{T}\int_T|x(t)|^2dt=\sum|a_k|^2$$

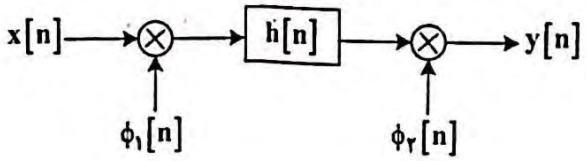
$$\Rightarrow\frac{1}{4}\int_{-1}^{+1}dt=\frac{1}{\pi^2}I\quad\Rightarrow I=\frac{\pi^2}{2}$$

- گزینه (۴) صحیح است

- متوسط

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۰۸- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را به‌صورت شکل زیر در نظر بگیرید:



$h[n]$ پاسخ ضربهٔ یک سیستم LTI زمان گسسته است. کدام گزینه در مورد این سیستم کلی صحیح است؟

۱) این سیستم همواره خطی و تغییرناپذیر با زمان است.

۲) این سیستم همواره غیرخطی و تغییرناپذیر با زمان است.

✓ ③ این سیستم همواره خطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

۴) این سیستم همواره غیرخطی است ولی برای بعضی از توابع $\phi_1[n]$ و $\phi_2[n]$ می‌تواند تغییرپذیر با زمان باشد.

$$h[n] = x[n] \cdot \phi_1[n], \quad y[n] = h[n] \cdot \phi_2[n]$$

$$\Rightarrow y[n] = x[n] \cdot \phi_1[n] \cdot \phi_2[n]$$

- سیستم همواره خطی و به ازای $\phi[n]$های ثابت LTI، $\phi[n]$های تابع n، LTV می‌باشد.

- گزینه (۳) صحیح است

- آسان

حل: **استاد نژاد محمد**

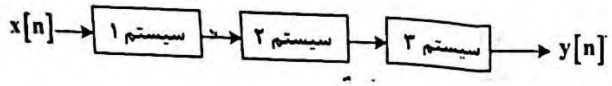
۱۰۹- سیستم کلی با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ به‌صورت شکل زیر را در نظر بگیرید: که در آن رابطهٔ ورودی و خروجی هر سیستم به‌صورت زیر داده شده است:

سیستم ۱: $y[n]=\begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases}$

سیستم ۲: $y[n]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{1}{4}x[n-2]$

سیستم ۳: $y[n]=x[2n]$

کدام گزینه رابطهٔ ورودی ـ خروجی سیستم کلی را نشان می‌دهد؟



$$x_{(m)}[n]=\begin{cases} \frac{n}{m} & n=km \\ 0 & o.w \end{cases}$$

۱) $y[n]=x[n]+\frac{1}{4}x[n-1]$ ✓

۲) $y[n]=x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{1}{4}x[n-2]$

۳) $y[n]=\begin{cases} x[n]+\frac{1}{2}x[n-1]+\frac{-1}{4}x[x-2], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases}$

۴) $y[n]=\begin{cases} x[n]+\frac{1}{2}x[n-2]+\frac{1}{4}x[n-4], & n \text{ is even} \\ 0, & n \text{ is odd} \end{cases}$

- خروجی سیستم (۱) همان ورودی سیستم (۲) است و خروجی (۲) ورودی (۳) است

$$y_1=x_{(2)}[n] \quad , \quad y_2=x_{(2)}[n]+\frac{1}{2}\begin{cases} x\left[\frac{n-1}{2}\right] & n-1=2k \\ 0 & o.w \end{cases}$$

$$+\frac{1}{4}\begin{cases} x\left[\frac{n-2}{2}\right] & n-2=2k \Rightarrow n=2k \\ 0 & o.w \end{cases}$$

$$y_3[n]=y_2[2n]=x[n]+0+\frac{1}{4}x[n-1]$$

- گزینه (۱) صحیح است

- متوسط

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۱۱- $\delta(t^2-1)$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\delta(t-1)-\frac{1}{2}\delta(t+1)$

۲) $\frac{1}{2}\delta(t-1)+\frac{1}{2}\delta(t+1)$ ✓

۳) $\delta(t-1)+\delta(t+1)$

۴) $\delta(t-1)-\delta(t+1)$

$$f(t)=t^2-1,\quad \delta(f(t))=\frac{1}{|f'(t_1)|}\delta(t-t_1)+\frac{1}{|f'(t_2)|}\delta(t-t_2)$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} t_1=1 \\ t_2=-1 \end{matrix} \Rightarrow \delta(t^2-1)=\frac{1}{2}\delta(t+1)+\frac{1}{2}\delta(t-1)$$

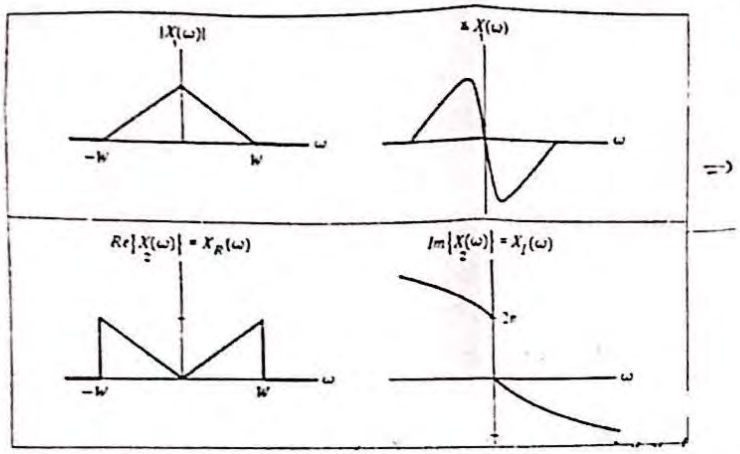
- گزینه (۲) صحیح است

- آسان

حل: استاد نژاد محمد

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۱۲- اطلاعات تبدیل فوریهٔ دو سیگنال $x_1(t)$ و $x_2(t)$ در شکل زیر داده شده است.
کدام گزینه در مورد این دو سیگنال صحیح است؟



۱) هر دو سیگنال حقیقی است.
۲) هر دو سیگنال حقیقی نیست.
۳) سیگنال $x_2(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_1(t)$ حقیقی نیست.
✓ ④ سیگنال $x_1(t)$ حقیقی است و سیگنال $x_2(t)$ حقیقی نیست.

حل: استاد نژاد محمد

---

① شرط حقیقی: $X_1(w) = X_1^*(-w) \Rightarrow |X_1(w)| e^{j\measuredangle X_1(w)} \overset{?}{=} |X_1^*(-w)| e^{-j\measuredangle X_1^*(-w)}$

$|X_1^*(-w)| = |X_1(w)|$, $\measuredangle X_1(w) = -\measuredangle X_1(-w)$

فازدانداره هردوهم حقیقی اند $\Leftarrow$ $x_1(t)$ حقیقی است

② $X_2(w) = X_R(w) + jX_I(w) \overset{?}{=} X_R^*(-w) - jX_I^*(-w)$

$X_R(w) = X_R(-w)$, $X_I(w)$ — نه زوج نه فرد

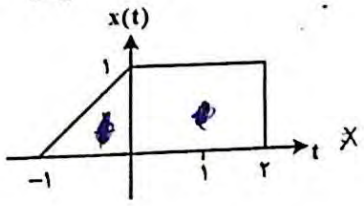
$\Leftarrow$ $x_2(t)$ غیرحقیقی است

- گزینه (۴) صحیح است

حل: **استاد نژاد محمد**

۱۱۳- برای سیگنال $x(t)$، مقدار انتگرال روبه‌رو، کدام است؟

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} X^2(j\omega)d\omega$$



۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۱

۳) π

۴) 2π

$$I = 2\pi \int x(t).x(-t)\,dt$$

$$= \left(\int_{-1}^{0} (t+1)dt + \int_{0}^{1} (1-t)\,dt\right) \times 2\pi = 2\pi$$

گزینه (۴) صحیح است

آسان

حل: استاد نژاد محمد

حل: **استاد نژاد محمد**

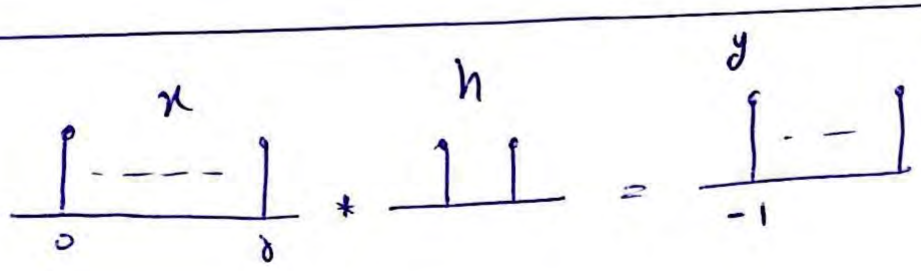
۱۱۴- در یک سیستم LTI برای ورودی‌هایی که خارج از بازهٔ $0 \le n \le 5$ صفر هستند، پاسخ سیستم در خارج از بازه $-1 \le n \le 5$ همواره صفر است. اگر به ورودی $x_h[n] = \begin{cases} 2^{|n|} & |n| \le 3 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ اعمال شود، $y[0] = 4$ و $y[3] = -16$ می‌شود. مقدار $y[2]$ کدام است؟

۱) -4

۲) -8

۳) 16 ✓

۴) 4



تابع h تنها در $n=-1$ ، $n=0$ مقدار دارد پس داریم:

$$y[n] = \sum h(k)\,x(n-k) \Rightarrow y[0] = \sum h(k)\,x(-k)$$

$$\Rightarrow h(0)x(0) + h(-1)x(1) = 4 \Rightarrow \boxed{h(0) + 2h(-1) = 4}$$

$$y[1] = \sum h(k)\,x(3-k) \Rightarrow \boxed{4h(0) + 0 = -16} \Rightarrow \boxed{h(0) = -2}$$

$$\Rightarrow \boxed{h(-1) = 3}$$

$$\Rightarrow y[2] = \sum h(k)\,x(2-k) = -2x(2) + 3x(3) = 24 - 8 = 16$$

- گزینه (۳) صحیح است

- سخت