

به نام خدا

پایه ششم سؤالات معادلات دیفرانسیل - کنکور ارشد مهندسی برق و مکانیک ۹۸

Riazitest

توسط قاسم سادلو

۱- فوکر کنید $y(n)$ می مکد لوران جواب معادله دیفرانسیل $y'' - 2xy' + 12y = 0$ باشد

در این صورت اگر $\sum_{n=0}^{\infty} P_n(n) u^n = \frac{1}{\sqrt{1-2xu+u^2}}$ باشد $y(x)$ نام است؟

$P_1(x)$ (۱) $P_2(x)$ (۲) $P_3(x)$ (۳) $P_4(x)$ (۴)

پایه ششم سوال: بسیار آسان

مدت زمان پیشنهادی: ۲ ثانیه

هدایت: صفحه ۸۶ جزوه کلاس - تابستان ۹۷ - پاییز ۹۷ - بهار ۹۸

پایه: معادله فوق یک معادله دیفرانسیل لانه ای به فرم

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + m(m+1)y = 0$$

باشد و همانطور که می دانیم جواب معادله لانه ای به صورت

$$y = P_m(x) + \sum \dots$$

درست فوق $m=3$ است بنابراین جواب به راحتی $P_3(x)$ می شود. 3

عز

۲- روی گزین در جواب استقل خطی همکاران (مخبران) $\alpha > 0$ ، $y'' - (1+\alpha)y' + (\sin \alpha)y = 0$ کدام است؟

(۱) $C_1 e^{\alpha}$ (۲) $C_2 e^{-\alpha}$ (۳) $C_3 e^{-\alpha}$ (۴) $C_4 e^{\alpha}$

لطفاً سؤال: بسیار آسان

مدت زمان پیشنهادی: ۲۰ ثانیه

حداکثر نمره: ۴۲ خبره کلاس - تابان و امین ۹۷ - بارز - ماکان

پایه: در معادله $ay'' + by' + cy = 0$ روی گزین بهترین جواب

از راهبرد زیر می‌توانیم استفاده کنیم
 $w(\alpha) = K e^{-\int \frac{b}{a} d\alpha}$

فقط کمازات a و b را تفصیر (مهم) !!!

$$w(\alpha) = K e^{-\int \frac{-(1+\alpha)}{\alpha} d\alpha} = K e^{\int (\frac{1}{\alpha} + 1) d\alpha} = K e^{\ln \alpha + \alpha} = K e^{\ln \alpha} e^{\alpha}$$

$w(\alpha) = K \alpha e^{\alpha}$ ✓

مرکز تخصصی کنکور ارشد و دکتری (فصلی و حضوری) | ۲۵ سال سابقه

۰۲۱ - ۸۵۰۴

RiaziTest

Dengmahan

۳- مسدودهای قائم به هم در یک دایره $x^2 + \frac{y^2}{c^2} = 1$ در آن $c \neq 0$ با هم مماسند
 حقیقت است یا نه؟

$x^2 + y^2 = \ln(Cx)$ (۲) $x^2 + y^2 = C - x$ (۱)

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = \ln(Cx)$ (۴) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = x + C$ (۳)

در آن زمان سنجش: **۱- دقیقه**

بسط سوال: **بیا، آسان**

حداکثر: **صفت ۲۹ جزوه کلاس - آسان و بزرگ ۴۷ - بزرگ - آسان**

جواب: معادله

$x^2 + \frac{y^2}{c^2} = 1$

$dx : 2x + \frac{2yy'}{c^2} = 0$
 $c^2 = -\frac{2yy'}{2x}$

معادله دیفرانسیل
 $x^2 + \frac{y^2}{-(\frac{yy'}{x})} = 1$

Riazitest
 021-8506

$y' \rightarrow -\frac{1}{y}$

در آن زمان سنجش
 $\frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} = \ln Cx$
 ✓

Riazitest

$x^2 + \frac{xy}{(+\frac{1}{y})} = 1$
 معادله دیفرانسیل

$x + yy' = \frac{1}{x}$
 $yy' = \frac{1}{x} - x \rightarrow y dy = (\frac{1}{x} - x) dx$
 $\frac{y^2}{2} = \ln x - \frac{x^2}{2} + \ln C$

۴- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را در بازه $t \in \mathbb{R}$ حل کنید:

$$\begin{cases} x'(t) - 4y''(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} \\ y''(t) - 3x(t) = 1 \\ x(0) = y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

تخصص مرکز تحقیقات مهندسی و فناوری
ریاضیات و مهندسی
Dengma Han

حل کنید، $x(2)$

$$\frac{1}{12} (ae^{12t} + e^{24t} - 4)$$

$$\frac{1}{12} (e^{12t} - 1) \quad (1)$$

$$\frac{a}{12} (e^{24t} - 1)$$

$$(2) \quad \frac{1}{12} (ae^{24t} + e^{12t} - 4) \quad (3)$$

@Riazitest
021-8506

نوع سؤال: متوسط
مدت زمان: ۳ دقیقه
حداکثر نمره: ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰

پایه: $y''(t) = 1 + 3x(t)$ $\xrightarrow{\text{تبدیل لاپلاس}}$

$$x'(t) - 4(1 + 3x(t)) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & t \geq 1 \end{cases} \rightarrow x'(t) - 12x(t) = \begin{cases} 5 & 0 \leq t < 1 \\ 4 & t \geq 1 \end{cases}$$

$$x'(t) - 12x(t) = 5u_0(t) - u_1(t)$$



$$\xrightarrow{\mathcal{L}} sX(s) - 12X(s) = 5 \frac{e^{-0s}}{s} - \frac{e^{-s}}{s}$$

$$(s-12)X(s) = \frac{1}{s} (5 - e^{-s}) \rightarrow X(s) = \frac{1}{s(s-12)} (5 - e^{-s})$$

$$X(s) = \left(\frac{-\frac{1}{12}}{s} + \frac{\frac{1}{12}}{s-12} \right) (5 - e^{-s}) = \frac{1}{12} \left(\frac{5 - e^{-s}}{s-12} - \frac{5 - e^{-s}}{s} \right)$$

... و ...

