الکترومغناطیس:

۱۱۵- دو حلقهٔ دایره‌ای هم‌صفحه و هم‌مرکز باردار، یکی به شعاع a و بار الکتریکی خطی با چگالی λ_1 و دیگری به شعاع $2a$ و بار الکتریکی خطی با چگالی λ_2، در مرکز، پتانسیل الکتریکی یکسان ایجاد می‌کنند. نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ کدام است؟

$V_1 = V_2 \rightsquigarrow \int_0^{2\pi} \frac{\lambda_1 a\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 a} = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda_2 (2a)\, d\varphi}{4\pi\varepsilon_0 (2a)} \rightsquigarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1$

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{1}{4}$
۴) ۴

گزینه‌ها نادرست می‌باشند.

۱۱۶- بینهایت هادی خطی موازی در صفحهٔ $y = 0$ در $x = n,\ n = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$ قرار گرفته‌اند. هر کدام جریان ۱ آمپر را در جهت $\bar{a}_z$ از خود عبور می‌دهند. شدت میدان مغناطیسی $\bar{H}$ در $(0,1,0)$ کدام است؟

راهنمایی: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y}{y^2+n^2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2y} + \frac{\pi}{e^{2\pi y}-1}$

$\vec{H} = \left\{ \frac{1}{4\pi y} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y}{4\pi(y^2+n^2)} \right\} (-\hat{a}_x)$

$\vec{H} = \left\{ \frac{1}{4\pi y} + \frac{2}{\varepsilon} - \frac{2}{8\pi y} + \frac{2}{2}\left(\frac{1}{e^{2\pi y}-1}\right) \right\} (-\hat{a}_x) \Big|_{y=1}$

$= \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{1-e^{2\pi}}\right) \hat{a}_x$

H_x

۱) $H_x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{1-e^{2\pi}}$
۲) $H_x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{2\pi}-1}$
۳) $H_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{1-e^{2\pi}}$
۴) $H_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{e^{2\pi}-1}$

۱۱۷- بردار مغناطش (Magnetization) در داخل کره‌ای به شعاع a، یکنواخت و به‌صورت $M_0\hat{z}$ است. مغناطیسی سهم جریان‌های مقید در ناحیهٔ $30^\circ \le \theta \le 45^\circ, 0 \le \varphi \le 360^\circ$ و $0 \le r \le a$، کدام است؟

$\vec{m} = \frac{1}{2}\iint \vec{r} \times (\vec{J}_s\, ds) = \frac{1}{2}\iint r\hat{a}_r \times (M_0 \sin\theta\, \hat{a}_\varphi\, ds)\Big|_{r=a}$

$\hat{a}_r \times \hat{a}_\varphi + \hat{a}_\varphi \times \hat{a}_\theta + \sin\theta\, \hat{a}_z$

$= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_{\pi/4}^{\pi/2} a M_0 \sin\theta (-\hat{a}_\theta) a^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$

$= \pi M_0 a^3 \int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin\theta\, d\theta\, \hat{a}_z = \hat{a}_z \frac{\pi a^3 M_0}{24}(9\sqrt{2} - 10\sqrt{2})$

$\sin\theta(1-\cos^2\theta)$

۱) $\hat{z}\frac{\pi a^3 M_0}{24}(\sqrt{2}-1)$
۲) $\hat{z}\frac{\pi a^3 M_0}{24}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
۳) $\hat{z}\frac{\pi a^3 M_0}{24}(\sqrt{3}-1)$
۴) $\hat{z}\frac{\pi a^3 M_0}{24}(9\sqrt{3}-10\sqrt{2})$

۱۱۸- یک دو قطبی با گشتاور $\vec{P}_z$ در مرکز یک کرهٔ دی‌الکتریک با شعاع R و گذردهی الکتریکی ε قرار گرفته است. اگر مرکز کره در مبدأ مختصات باشد، پتانسیل در $r \geq R$ کدام است؟

if $\varepsilon=\varepsilon_0 \rightsquigarrow \varphi = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r^2}\right)$
فقط گزینه ۲ این ویژگی را دارد.

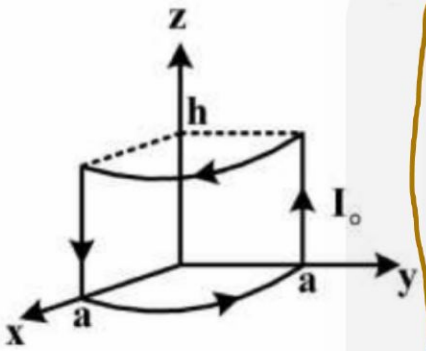
۱) $\phi = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{2}{r^2}+\frac{r}{R^3}\times\frac{\varepsilon-2\varepsilon_0}{\varepsilon+\varepsilon_0}\right]$

۲) $\phi = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{r^2}+\frac{2r}{R^3}\times\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\right]$

۳) $\phi = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{2r^2}+\frac{r}{R^3}\times\frac{\varepsilon-2\varepsilon_0}{\varepsilon+\varepsilon_0}\right]$

۴) $\phi = \frac{P_z \cos\theta}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{2r^2}+\frac{2r}{R^3}\times\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\right]$

۱۱۹- شکل زیر، حلقهٔ جریان I_0 را نشان می‌دهد. گشتاور دو قطبی این حلقه کدام است؟



$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2$
$= ahI_0\,\hat{a}_x + ahI_0\,\hat{a}_y$
$= ahI_0(\hat{a}_x+\hat{a}_y)$

۱) $\vec{m}=0$

۲) $\vec{m} = \frac{\pi a^2}{2} I_0 \hat{a}_z$

۳) $\vec{m} = -\frac{\pi a^2}{2} I_0(\hat{a}_x-\hat{a}_y)$

۴) $\vec{m} = ahI_0(\hat{a}_x+\hat{a}_y)$

۱۲۰- کرهٔ فلزی به شعاع a توسط یک کرهٔ فلزی دیگر و هم مرکز با آن به شعاع b $(b>a)$ احاطه شده است. فضای بین دو کره با ماده‌ای با رسانایی ویژهٔ $\sigma = mE$ پر شده است. اگر E اندازه شدت میدان الکتریکی بین دو کره و m ثابت باشد و اختلاف پتانسیل V_0 بین دو کره اعمال شود، جریان حاصل بین دو کره به‌صورت تابعی از V_0، m و ابعاد کره کدام است؟

$E = \frac{kV_0}{r} \rightsquigarrow \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = V_0$
$kV_0 \ln\frac{b}{a} = V_0 \rightsquigarrow k = \frac{1}{\ln(\frac{b}{a})}$
$\sigma = mE = \frac{mV_0}{r\ln(\frac{b}{a})}$
$R = \int \frac{dr}{\iint \sigma r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi} = \int \frac{dr}{4\pi\sigma r^2} = \frac{[\ln(\frac{b}{a})]^2}{4\pi m V_0}$
$I = \frac{V_0}{R} = \frac{4\pi m V_0^2}{[\ln(\frac{b}{a})]^2}$

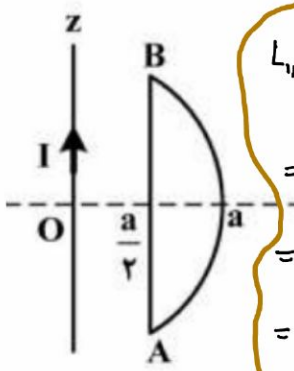
۱) $I = \frac{2\pi m V_0}{\ln(\frac{b}{a})}$

۲) $I = \frac{2\pi m V_0^2}{[\ln(\frac{b}{a})]^2}$

۳) $I = \frac{4\pi m V_0^2}{[\ln(\frac{b}{a})]^2}$

۴) $I = \frac{4\pi m V_0}{\ln(\frac{b}{a})}$

۱۲۱- اندوکتانس متقابل بین جریان I ثابت روی محور z و حلقهٔ متشکل از بخشی از دایرهٔ $x^2+z^2=a^2$ و پاره‌خط AB موازی محور z که از نقطهٔ $(x=\frac{a}{2},z=0)$ می‌گذرد، کدام است؟



$$L_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\frac{a}{2}}^{a}\frac{2\sqrt{a^2-x^2}}{x}dx=\frac{\mu_0}{\pi}\int\frac{a\sin\varphi}{\cos\varphi}(-\sin\varphi\,d\varphi)$$
$$=\frac{\mu_0 a}{\pi}\int(\cos\varphi-\frac{1}{\cos\varphi})d\varphi=\frac{\mu_0 a}{\pi}\left[\sin\varphi-\ln\left(\frac{1+\sin\varphi}{\cos\varphi}\right)\right]$$
$$=\frac{\mu_0 a}{\pi}\left[\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a}-\ln\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}\right]_{x=\frac{a}{2}}^{x=a}$$
$$=\frac{\mu_0 a}{\pi}\left[\ln(2+\sqrt{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

۱) $\frac{a}{\pi}(\ln(2+\sqrt{3})-\frac{\sqrt{3}}{2})$

۲) $\frac{a}{\pi}(\ln(2+\sqrt{3})+\frac{\sqrt{3}}{2})$

۳) $\frac{a}{\pi}(\ln(2-\sqrt{3})-\frac{\sqrt{3}}{2})$

۴) $\frac{a}{\pi}(\ln(2-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{3}}{2})$

۱۲۲- ناحیهٔ بین دو استوانهٔ رسانای طویل هم‌محور به شعاع‌های a و b $(a<b)$ از عایق با گذردهی $\varepsilon=\frac{\varepsilon_0}{r}$ پر شده است. خازن واحد طول آن چند برابر حالتی است که از عایق با گذردهی ε_0 پر شده باشد؟

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{\frac{1}{C_2}}{\frac{1}{C_1}}=\frac{\int\frac{dr}{\iint\varepsilon\, r\,d\varphi dz}}{\int\frac{dr}{\iint\frac{\varepsilon_0}{r}r\,d\varphi dz}}=\frac{\frac{\ln(\frac{b}{a})}{2\pi\varepsilon_0}}{\frac{b-a}{2\pi\varepsilon}}=\frac{\ln(\frac{b}{a})}{b-a}$$

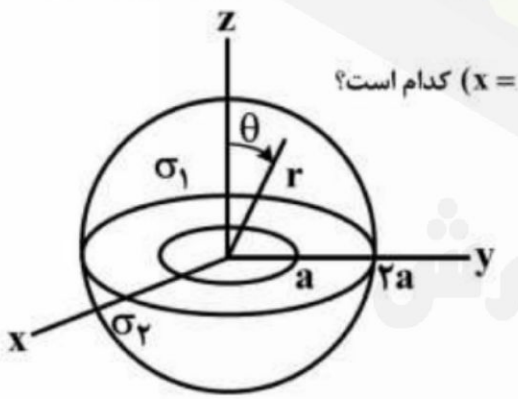
۱) $\frac{b-a}{\ln(\frac{b}{a})}$

۲) $\frac{\pi(b-a)}{\ln(\frac{b}{a})}$

۳) $\frac{b^2-a^2}{\ln(\frac{b}{a})}$

۴) $\frac{\ln(\frac{b}{a})}{\pi(b-a)}$???

۱۲۳- ناحیهٔ فضایی مابین دو پوستهٔ کروی هم‌مرکز به شعاع‌های a و 2a مطابق شکل زیر از دو مادهٔ همگن با رسانایی ویژهٔ σ_1 و σ_2 $\left(\sigma=\begin{cases}\sigma_1 & 0<\theta<\frac{\pi}{2}\\ \sigma_2 & \frac{\pi}{2}<\theta<\pi\end{cases}\right)$ تشکیل شده است. اگر سطح $R=2a$ در پتانسیل صفر و سطح $R=a$ در پتانسیل V_0 باشد، چگالی جریان در نقطهٔ $(x=0,y=a,z=a)$ کدام است؟



۱) $\vec{J}=\frac{\sigma_1 V_0}{\sqrt{2}a}\hat{a}_r$

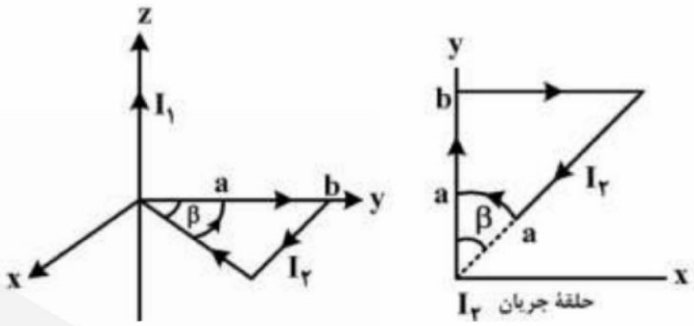
۲) $\vec{J}=\frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1+\sigma_2)}\frac{V_0}{a}\hat{a}_r$

۳) $\vec{J}=\frac{\sigma_1 V_0}{\sqrt{2}a}(\hat{a}_y+\hat{a}_z)$

۴) $\vec{J}=\frac{\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1+\sigma_2)}\frac{V_0}{\sqrt{2}a}(\hat{a}_y+\hat{a}_z)$

$$R_1=\frac{\frac{1}{a}-\frac{1}{2a}}{2\pi\sigma_1}=\frac{1}{8\pi\sigma_1 a}\rightsquigarrow I_1=\frac{\Delta V}{R_1}=\frac{V_0}{R_1}=8\pi\sigma_1 a V_0$$
$$\vec{J}_1=\frac{I_1}{2\pi r^2}\hat{a}_r\Big|_{\substack{x=0\\y=a,z=a}}=\frac{\sigma_1 V_0}{a}\left(\frac{\hat{a}_y+\hat{a}_z}{\sqrt{2}}\right)$$

۱۲۴- سیم جریان با طول بی‌نهایت با جریان I_1 منطبق بر محور zها قرار دارد. حلقهٔ جریان در صفحهٔ xy با جریان I_2 مطابق شکل زیر داده شده است. گشتاور وارد بر حلقهٔ جریان I_2 کدام است؟



۱) $\vec{\tau}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left[\cos\beta\hat{a}_x+\sin\beta\hat{a}_y\right]$

۲) $\vec{\tau}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left[\cos\beta\hat{a}_x-\sin\beta\hat{a}_y\right]$

۳) $\vec{\tau}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left[(a\cos\beta-\ln\cos\beta)\hat{a}_x+(b\beta-a\sin\beta)\hat{a}_y\right]$

۴) $\vec{\tau}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left[(a\cos\beta-a-\ln\cos\beta)\hat{a}_x+(b\beta-a\sin\beta)\hat{a}_y\right]$ ✓

۱۲۵- یک کرهٔ دی‌الکتریک با گذردهی الکتریکی ε در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\bar{E}_0$ قرار گرفته است. با فرض شدت میدان الکتریکی داخل کره به‌صورت: $\bar{E}=\frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}\bar{E}_0$، کل گشتاور دوقطبی الکتریکی کدام است؟ (شعاع کرهٔ دی‌الکتریک R_0 فرض شود.)

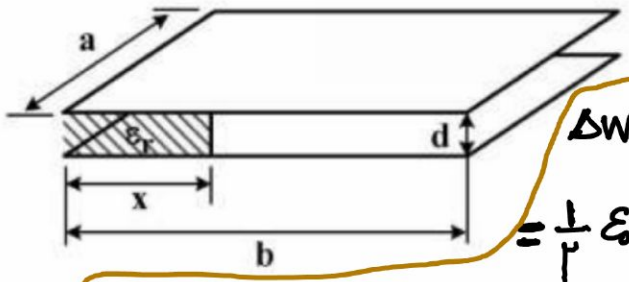
۱) $\bar{P}_t=\frac{4\pi\varepsilon(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\varepsilon+2\varepsilon_0}R_0^3\bar{E}_0$

۲) $\bar{P}_t=\frac{4\pi^2\varepsilon(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\varepsilon+2\varepsilon_0}R_0^3\bar{E}_0$

۳) $\bar{P}_t=\frac{4\pi\varepsilon_0(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\varepsilon+2\varepsilon_0}R_0^3\bar{E}_0$ ✓

۴) $\bar{P}_t=\frac{4\pi^2\varepsilon_0(\varepsilon-\varepsilon_0)}{\varepsilon+2\varepsilon_0}R_0^3\bar{E}_0$

۱۲۶- خازن مسطحی از دو صفحهٔ هادی موازی به‌طول و عرض a و b مطابق شکل زیر ساخته شده است. فاصلهٔ دو صفحه $d \ll a,b$ است. از اثر لبه‌ها صرف‌نظر می‌شود. تیغهٔ عایقی با گذردهی الکتریکی نسبی ε_r مطابق شکل بین دو صفحه قرار گرفته است. اگر خازن را به ولتاژ V_0 متصل کنیم و تیغهٔ عایق را به‌صورتی خارج کنیم که فقط به اندازهٔ x در درون خازن باقی بماند، نیروی وارد بر تیغه که آن‌را به داخل خازن می‌کشد، کدام است؟



۱) $\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)aV_0^2}{4d}$

۲) $\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)aV_0^2}{2d}$ ✓

۳) $\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)bV_0^2}{4d}$

۴) $\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)bV_0^2}{2d}$