

سوال های متوسط:

6

سوال های دشوار:

X

✓ سوال 1 و 8 پاسخ به هیچ ندهد

* اینجای که خود آزمون حالت های اکثر و مفاهیم در حد سال اخیر است.

* با استفاده از روش های دیگر در خنم های حل سوالات ارشد امیر شده سوال 7 و 10 که می تواند حل شریص طو کافی داشته باشد در بیشتر از یک دقیقه قبل حل هستند.

(۱) دو حلقه دایره‌ای هم‌صفحه و هم‌مرکز باردار، یکی به شعاع a و بار الکتریکی خطی با چگالی λ_1 و دیگری به شعاع $2a$ و بار الکتریکی خطی با چگالی λ_2 ، در مرکز، پتانسیل الکتریکی یکسان ایجاد می‌کنند. نسبت $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ کدام است؟

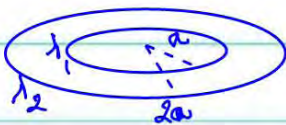
گزینه‌های صحیح موجود نیست (کلید نهان بخش: ۲)

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{1}{4}$



$$V_P = \frac{P_L}{2\epsilon_0} \cos \theta \rightarrow V_C = \frac{P_L}{2\epsilon_0}$$

پتانسیل در مرکز حلقه برابر با پتانسیل مستقل از شعاع حلقه در مرکز و فقط به چگالی بار خطی بستگی دارد.



$$V_1 = V_2 \rightarrow \frac{\lambda_1}{2\epsilon_0} = \frac{\lambda_2}{2\epsilon_0} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1$$

(در گزینه‌ها نیست؟)

(2)

بینهایت هادی خطی موازی در صفحه $y = 0$ در $x = n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ قرار گرفته‌اند. هر کدام جریان I آمپر را در جهت $\vec{a}_z$ از خود عبور می‌دهند. شدت میدان مغناطیسی $\vec{H}$ در $(0, 1, 0)$ کدام است؟

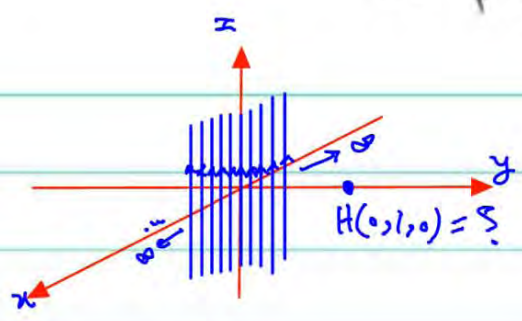
راهنمایی: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y}{y^2 + n^2} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2y} + \frac{\pi}{e^{2\pi y} - 1}$

$|H_x| < \frac{1}{2}$

$H_x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{2\pi} - 1}$
 $H_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{e^{2\pi} - 1}$

$|H_x| > \frac{1}{2}$

$H_x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{1 - e^{2\pi}}$
 $H_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{1 - e^{2\pi}}$



منابع الکتریکی 91 و 93

برابر مغناطیس جریان همگرا در طبقه رابط $\vec{H} = \frac{1}{2} \vec{J} \times \hat{a}_n$ در همان نوبت:

$\vec{H}(0, 1, 0) = \frac{1}{2} \vec{J}_0 \hat{a}_z \times \hat{a}_y = -\frac{1}{2} \vec{J}_0 \hat{a}_x \rightarrow \vec{H}(0, 1, 0) = -\frac{1}{2} \hat{a}_x$
 $I = (J_0 \hat{a}_z \cdot \hat{a}_z) \times 1 \rightarrow J_0 = I = 1$

در میان H توزیع داده شده باید نزدیک به مقدار $-\frac{1}{2}$ باشد -> گزینه 3 و 4 حذف
از طرفی برابر خنجرها را داریم.

$e^{2\pi} \approx (2.7)^{6.4} \approx 535 \rightarrow e^{2\pi} - 1 = 534 \rightarrow \frac{1}{e^{2\pi} - 1} = \frac{1}{534} > 0$
 $1 - e^{2\pi} = -534 \rightarrow \frac{1}{1 - e^{2\pi}} = -\frac{1}{534} < 0$

$|H_x| > \frac{1}{2}$: گزینه 1 و $|H_x| < \frac{1}{2}$: گزینه 2

نهایی

چون میدان مغناطیس به نحوی تقریبی از میدان سیم‌های بی‌نهایت است. طبقاً میدان سیم‌های نامحدود دانه‌ای باید بزرگتر از میدان مغناطیس به نحوی باشد -> گزینه 1

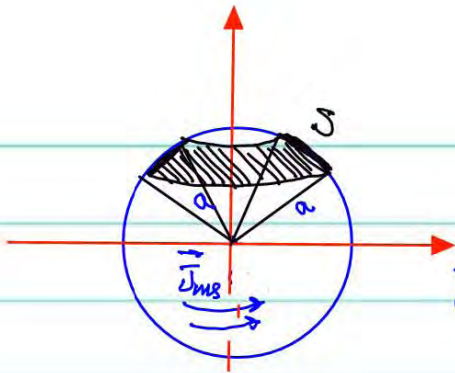
3) بردار مغناطش (Magnetization) در داخل کره‌ای به شعاع a ، یکنواخت و به صورت $M_0 \hat{z}$ است. گشتاور مغناطیسی سهم جریان‌های مقید در ناحیه $0 \leq \varphi \leq 360^\circ$ ، $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ و $0 \leq r \leq a$ ، کدام است؟

$$\hat{z} \frac{\pi a^3 M_0}{24} (\sqrt{3} - 1) \quad (1)$$

$$\hat{z} \frac{\pi a^3 M_0}{24} (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad (2)$$

$$\hat{z} \frac{\pi a^3 M_0}{24} (\sqrt{3} - 1) \quad (3)$$

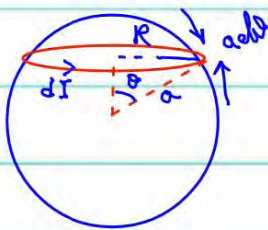
$$\hat{z} \frac{\pi a^3 M_0}{24} (9\sqrt{3} - 10\sqrt{2}) \quad (4) \quad \checkmark$$



در سطح کره جهت جریان حیدر سطح برابر است با :

$$\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{a}_n = M_0 \hat{a}_z \times \hat{a}_r = M_0 \sin \theta \hat{a}_\varphi$$

$\vec{m}$ مساحت S موجود در یک سطح با یک جریان $\vec{J}_{ms}$ از آن ناحیه هم عبور می‌کند و در سطح $\vec{m}$ یک حلقه با جریان dI می‌سازد :



$$d\vec{m} = \pi R^2 dI \hat{a}_z$$

$$dI = (M_0 \sin \theta \hat{a}_\varphi \cdot \hat{a}_\varphi) a d\theta = a M_0 \sin \theta d\theta$$

$$d\vec{m} = \pi (a \sin \theta)^2 a M_0 \sin \theta d\theta \hat{a}_z$$

$$\vec{m} = \pi a^3 M_0 \int_{30^\circ}^{45^\circ} \sin^3 \theta d\theta \hat{a}_z = \hat{z} \frac{\pi a^3 M_0}{24} (9\sqrt{3} - 10\sqrt{2})$$

4 یک دو قطبی با گشتاور $\vec{P}_z$ در مرکز یک کره دی الکتریک با شعاع R و گذردهی الکتریکی ϵ قرار گرفته است. اگر مرکز کره در مبدأ مختصات باشد، پتانسیل در $r \geq R$ کدام است؟

$$\phi = \frac{P_z \cos \theta}{4\pi\epsilon} \left[\frac{r}{r^3} + \frac{r}{R^3} \times \frac{\epsilon - 2\epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} \right] \quad (1)$$

$$\phi = \frac{P_z \cos \theta}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r^3} + \frac{2r}{R^3} \times \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \right] \quad (2) \quad \checkmark$$

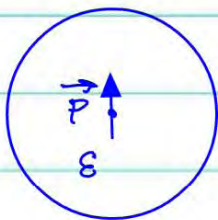
$$\phi = \frac{P_z \cos \theta}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{2r^3} + \frac{r}{R^3} \times \frac{\epsilon - 2\epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} \right] \quad (3)$$

$$\phi = \frac{P_z \cos \theta}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{2r^3} + \frac{2r}{R^3} \times \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \right] \quad (4)$$

پتانسیل یک دو قطبی الکتریکی در نقاط است از:

$$V = \frac{q d \cos \theta}{4\pi\epsilon r^3} = \frac{P \cos \theta}{4\pi\epsilon r^3}$$

اگر از حالت حد $\epsilon = \epsilon_0$ استفاده کنیم معنی دو قطبی $\vec{P}$ در فضا حضور داشته باشد:



$\epsilon = \epsilon_0$

$\vec{P}$ $V = \frac{P \cos \theta}{4\pi\epsilon r^3}$
 ϵ_0

نقطه گذر نیز 2 شرط حد فوق را برآورده می کند.

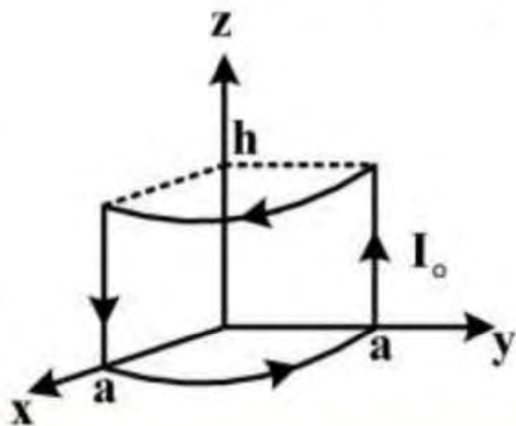
5) شکل زیر، حلقه جریان I_0 را نشان می‌دهد. گشتاور دو قطبی این حلقه کدام است؟

$$\vec{m} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{m} = \frac{\pi a^2}{2} I_0 \hat{a}_z \quad (2)$$

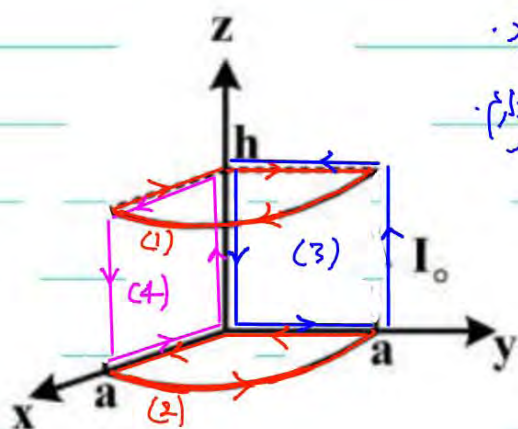
$$\vec{m} = -\frac{\pi a^2}{2} I_0 (\hat{a}_x - \hat{a}_y) \quad (3)$$

$$\vec{m} = ah I_0 (\hat{a}_x + \hat{a}_y) \quad (4) \quad \checkmark$$



✓ توزیع جریان داده شده را می‌توان به صورت مسیرهای زیر نشان کرد.

لذا 4 حلقه به با توزیع جریان I_0 در جهت‌های مختلف داریم.

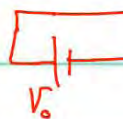


✓ با توجه به جهت $\vec{m}$ برای حلقه‌های از قطعه بردار است مشخصه شود
 ربع حلقه‌های 1 و 2، $\vec{m}$ ‌ها در جهت $\hat{z}$ دارند و اثر هم را خنثی
 می‌کنند بنابراین

$$\begin{aligned} \vec{m} &= \vec{m}_3 + \vec{m}_4 \\ &= ah I_0 \hat{a}_x + ah I_0 \hat{a}_y \\ &= ah I_0 (\hat{a}_x + \hat{a}_y) \end{aligned}$$

(6)

$$I = \frac{\pi m V_o}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (9)$$



$$R = \frac{V_o}{I}, \quad I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{s}, \quad V_o = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$R = \frac{- \int_a^b E_r dr}{\pi \epsilon_0}$$

→ فقط می‌تواند بگیرم $\frac{1}{r}$ باشد

$$E = E_r/r \rightarrow V_o = \int_a^b \frac{E_r}{r} dr \rightarrow E_r = \frac{V_o}{\ln \frac{b}{a}} > 0$$

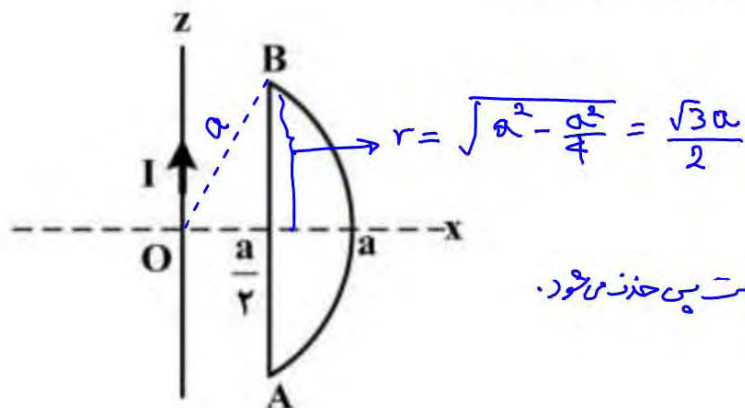
$$I = \int_1^\pi \int_0^{2\pi} \frac{m v_0^2}{r^2 \left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]^2} r^2 \sin\theta d\theta dr = \frac{4\pi m v_0^2}{\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]^2}$$

توجه کنید: شما در مورد میدان E بین هادی ها گفتوافت با شرمه توان از رله بطور بسته رهنمایی در می لایر R استقامه کردار اینچنین

$E \propto \frac{1}{r}$ است پس نمرگان از فولاد $R = \int \frac{d\mu_1}{\iint \frac{\sigma h_2 h_3 d\mu_2 d\mu_3}{h_1}}$ است

7) اندوکتانس متقابل بین جریان I ثابت روی محور z و حلقه متشکل از بخشی از دایره $x^2 + z^2 = a^2$ و پاره خط

AB موازی محور z که از نقطه $(x = \frac{a}{2}, z = 0)$ می‌گذرد، کدام است؟



$$\frac{a}{\pi} (\ln(r + \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}) - \frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}}{r}) \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\frac{a}{\pi} (\ln(r + \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}) + \frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}}{r}) \quad (2) \quad \text{X}$$

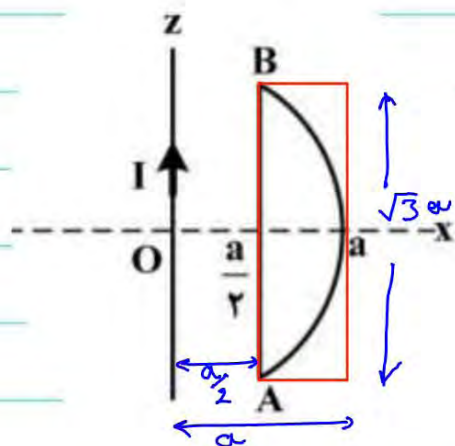
$$\frac{a}{\pi} (\ln(r - \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}) - \frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}}{r}) \quad (3) \quad \text{X}$$

$$\frac{a}{\pi} (\ln(r - \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}) + \frac{\sqrt{r^2 - \frac{a^2}{4}}}{r}) \quad (4) \quad \text{X}$$

← عبارت منفی است پس حذف می‌شود.

حل با روش حذف گزینه :

اندوکتانس متقابل بین سیم با ضخامت و حلقه مستطیلی :



$$M' = \frac{\mu_0 a \sqrt{3}}{2\pi} \ln \frac{a}{a/2} = \frac{\mu_0 a \sqrt{3}}{\pi} \ln 2$$

$$= \frac{\mu_0 a}{\pi} (0.65 \ln 2) \rightarrow \text{اندوکتانس سیم حلقه دایره‌ای} \quad (M)$$

✓ چون مساحت حلقه دایره‌ای کوچکتر از حلقه مستطیلی است پس M باید از M' کوچکتر باشد.

(اندوکتانس عبارت‌ها + است) گزینه‌های 3 و 4 حذف می‌شوند $\rightarrow \ln 0.3 < 0 \rightarrow 2 - \sqrt{3} \approx 0.3$

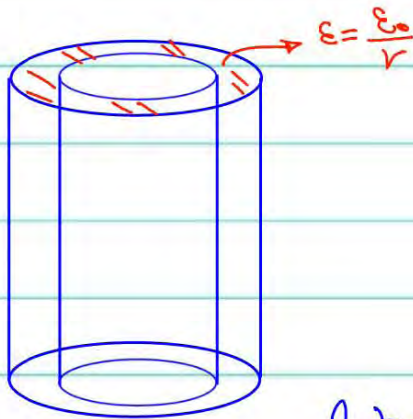
اندوکتانس گزینه 2 از اندوکتانس مستطیلی بزرگتر است. $\rightarrow \ln(2 + \sqrt{3}) > \ln 2$ پس حذف می‌شود

پس گزینه 1 صحیح است

۸ ناحیه بین دو استوانه رسانای طویل هم‌محور به شعاع‌های a و b ($a < b$) از عایق با گذردهی $\epsilon = \frac{\epsilon_0}{r}$ پر شده

است. خازن واحد طول آن چند برابر حالتی است که از عایق با گذردهی ϵ_0 پر شده باشد؟

$$\begin{array}{ll} C_1 & \frac{\pi(b-a)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (r) \\ C_2 & \frac{b-a}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (r) \\ & \frac{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}{\pi(b-a)} \quad (r) \\ & \frac{b^r - a^r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (r) \end{array}$$



$$\frac{1}{C} = \int_a^b \frac{dr}{2\pi \epsilon \epsilon_r R}$$

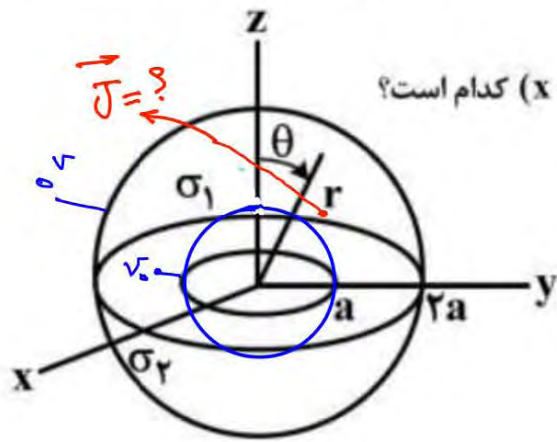
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{C_1} = \frac{\ln \frac{b}{a}}{2\pi \epsilon} \\ \frac{1}{C_2} = \int_a^b \frac{dr}{2\pi \epsilon \frac{R}{r}} = \frac{b-a}{2\pi \epsilon} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{1}{C_1} = \frac{\ln \frac{b}{a}}{(b-a)C_2} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\ln \frac{b}{a}}{b-a}$$

در زمینه فانیست. (کلید انتخاب گزینه ریگ است !!!)

(9) ناحیه فضایی مابین دو پوسته کروی هم مرکز به شعاع های a و $2a$ مطابق شکل زیر از دو ماده همگن با رسانایی ویژه

تشکیل شده است. اگر سطح $R = 2a$ در پتانسیل صفر و سطح $R = a$ در پتانسیل V_0 باشد، چگالی جریان در نقطه $(x=0, y=a, z=a)$ کدام است؟



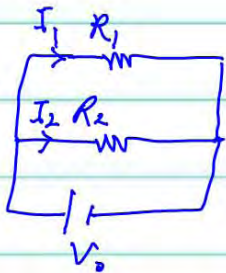
$$\vec{J} = \frac{\sigma_1 V_0}{\sqrt{2}a} \hat{a}_r \quad (1)$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \frac{V_0}{a} \hat{a}_r \quad (2)$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma_1 V_0}{\sqrt{2}a} (\hat{a}_y + \hat{a}_z) \quad (3)$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1 + \sigma_2)} \frac{V_0}{\sqrt{2}a} (\hat{a}_y + \hat{a}_z) \quad (4)$$

ساختار داده شده دو مقاومت موازی است:



دو ظرف خازنی

(1) $\vec{J}$ در R_1 خواسته شده بین باید مستقل از $\vec{J}$ باشد ← 2 و 4 حذف می شود.

(2) از طرف $\vec{J}$ در جهت $\hat{a}_y$ (جهت $\vec{E}$) خواهد بود در نقطه هر دو صفحه خواسته شده $\hat{a}_x$ نباید باشد ← گزینه اخذ نمی باشد صحیح است.

در نظر بگیرید:

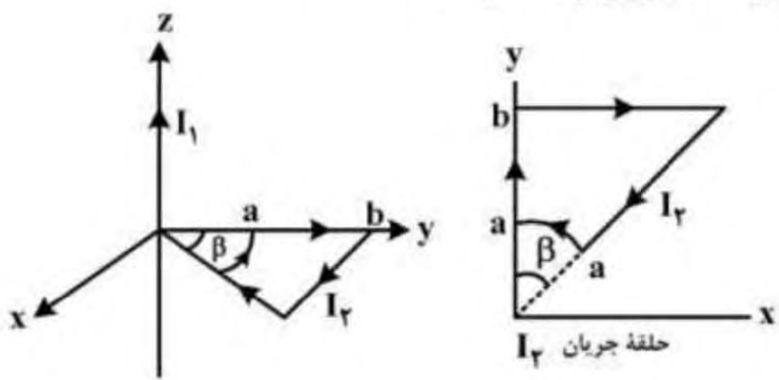
$$\frac{1}{R_T} = 4\pi a \sigma_1 + 4\pi a \sigma_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_1 = \frac{1}{4\pi a \sigma_1} \rightarrow I_1 = \frac{V_0}{R_1} = 4\pi a \sigma_1 V_0$$

$$\vec{J}_1 = \frac{I_1}{2\pi r^2} \hat{a}_r \bigg|_{x=0, y=z=a} = \frac{4\pi a \sigma_1 V_0}{2\pi (2a^2)} \left(\frac{\hat{a}_y + \hat{a}_z}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\sigma_1 V_0}{a} \left(\frac{\hat{a}_y + \hat{a}_z}{\sqrt{2}} \right)$$

$$r = a\sqrt{2}$$

سیم جریان با طول بی‌نهایت با جریان I_1 منطبق بر محور z ها قرار دارد. حلقه جریان در صفحه xy با جریان I_2 مطابق شکل زیر داده شده است. گشتاور وارد بر حلقه جریان I_2 کدام است؟



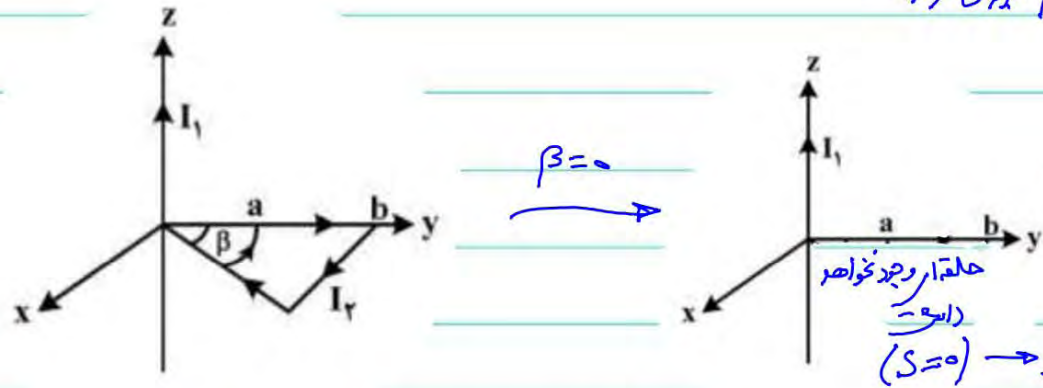
$$\vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi} [\cos\beta \hat{a}_x + \sin\beta \hat{a}_y] \quad (1)$$

$$\vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi} [\cos\beta \hat{a}_x - \sin\beta \hat{a}_y] \quad (2)$$

$$\vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} [(a \cos\beta - b \ln \cos\beta) \hat{a}_x + (b\beta - a \sin\beta) \hat{a}_y] \quad (3)$$

$$\vec{\tau} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} [(a \cos\beta - a - b \ln \cos\beta) \hat{a}_x + (b\beta - a \sin\beta) \hat{a}_y] \quad (4)$$

کافی حالت $\beta = 0$ بررسی شود.



با $\beta = 0$ ، غیر از حلقه منفرجه هیچ گشتاور بر حلقه وارد نخواهد شد (چون حلقه اوجده ندارد)

نقطه‌زنی 4 انتخاب را دارد.

یک کره دی الکتریک با گذردهی الکتریکی ϵ در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}_0$ قرار گرفته است. با فرض شدت میدان الکتریکی داخل کره به صورت: $\vec{E} = \frac{3\epsilon_0}{\epsilon + 2\epsilon_0} \vec{E}_0$ ، کل گشتاور دوقطبی الکتریکی کدام است؟ (شعاع کره دی الکتریک R_0 فرض شود).

$$\vec{P}_t = \frac{4\pi\epsilon(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} R_0^3 \vec{E}_0 \quad (2)$$

$$\vec{P}_t = \frac{4\pi\epsilon(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} R_0^3 \vec{E}_0 \quad (1)$$

$$\vec{P}_t = \frac{4\pi\epsilon_0(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} R_0^3 \vec{E}_0 \quad (3)$$

$$\vec{P}_t = \frac{4\pi\epsilon_0(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} R_0^3 \vec{E}_0 \quad (4) \quad \checkmark$$

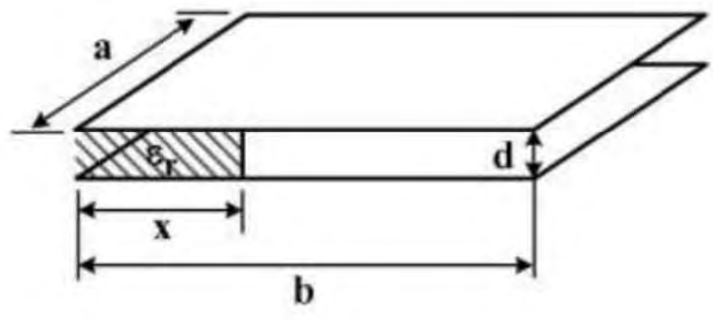


$$\vec{P} = \epsilon(\epsilon_r - 1) \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

$$\vec{P} = \frac{3\epsilon_0(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} \vec{E}_0 \quad \text{مقدار یکنواخت}$$

$$\vec{P}_t = \vec{P} \times \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi\epsilon_0(\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon + 2\epsilon_0} R^3 \vec{E}_0$$

خازن مسطحی از دو صفحه هادی موازی به طول و عرض a و b مطابق شکل زیر ساخته شده است. فاصله دو صفحه $a, b, d \ll$ است. از اثر لبه‌ها صرف نظر می‌شود. تیغه عایقی با گذردهی الکتریکی نسبیتی ϵ_r مطابق شکل بین دو صفحه قرار گرفته است. اگر خازن را به ولتاژ V_0 متصل کنیم و تیغه عایق را به صورتی خارج کنیم که فقط به اندازه x در درون خازن باقی بماند، نیروی وارد بر تیغه که آن را به داخل خازن می‌کشد، کدام است؟

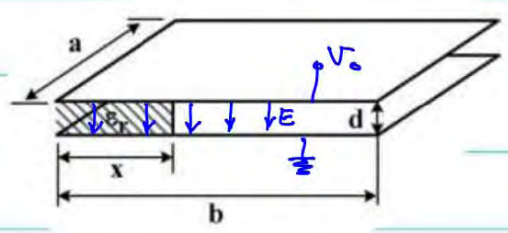


$$\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a V_0^2}{2d} \quad (1)$$

$$\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a V_0^2}{2d} \quad (2)$$

$$\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) b V_0^2}{2d} \quad (3)$$

$$\frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) b V_0^2}{2d} \quad (4)$$



ساختار داده شده ترکیب موازی دو خازن است:



$$C_t = C_1 + C_2$$

$$C_t = \epsilon \frac{ax}{d} + \epsilon_0 \frac{a(b-x)}{d}$$

$$W = \frac{1}{2} C_t V_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{a}{d} V_0^2 [\epsilon_r x + b - x]$$

$$F = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{a}{d} V_0^2 [\epsilon_r - 1] = \frac{\epsilon_0 (\epsilon_r - 1) a V_0^2}{2d}$$

چون سیستم به منبع ولتاژ میرد و وصل است نیروی کارم از طریق V_0 است
 در نمودن این پاسخ علامت منفی نخواهد داشت