

- ۱۰۲ - سیستمی با تابع تبدیل حلقه باز به صورت  $G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)(s+2)}$  را در نظر بگیرید. با کدام یک از

کنترل کننده‌های زیر، سیستم حلقه بسته می‌تواند پایدار شود؟

$$k(s) = k \frac{s+2}{s+4} \quad (1)$$

$$k(s) = k \frac{s+3}{s+1} \quad (2)$$

$$k(s) = k \frac{s-1}{s+3} \quad (3)$$

$$k(s) = k \frac{s+1}{s+3} \quad (4)$$

سینکنال‌ها و سیستم‌ها:

- ۱۰۳ - اگر توصیف ورودی - خروجی یک سیستم به صورت  $y(t) = x(-t) + 2$  باشد، رابطه ورودی - خروجی وارون

$$y(-t) = x(t) + 2 \Rightarrow x(t) = y(-t) - 2$$

$$x \rightarrow y \Rightarrow \text{ضابطه وارون}: y(t) = x(-t) + 2$$

و خلاصه (Inverse)

$$y(t) = x(-t) + 2 \quad (1)$$

$$y(t) = x(t) + 2 \quad (2)$$

$$y(t) = x(t) - 2 \quad (3)$$

$$y(t) = x(-t) - 2 \quad (4) \checkmark$$

- ۱۰۴ - پاسخ ضربه یک سیستم LTI زمان پیوسته برابر  $h(t) = \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}t)$  است. پاسخ این سیستم به ورودی

$$t = \frac{tg^{-1}\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

$$\text{در لحظه } t = \frac{\tan^{-1}\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \text{ برابر کدام است؟}$$

$$\Rightarrow y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}(t-\tau)) d\tau \quad (1)$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}}\right) = \int_0^{\infty} \sqrt{2} e^{-\tau} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\tau\right) d\tau = \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

جزء به جزء حل من شد

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4) \checkmark$$

- ۱۰۵ - رابطه ورودی - خروجی برای ۴ سیستم به صورت زیر داده شده است:

$$: TV \leftrightarrow y(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ x(t) + x(t-2) & ; t \geq 0 \end{cases} \quad \text{سیستم ۲:} \quad y(t) = \begin{cases} 0 & ; x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-2) & ; x(t) \geq 0 \end{cases} \quad \text{سیستم ۱:} \\ \text{حدروط بر حسب:} \quad \text{آردویار خطای} \\ \text{همه} \quad \text{سیب ۱ و سروط بر حسب ورودی} \quad \text{آردویار!} \\ \text{آردویار!} \quad \text{آردویار!}$$

$$y(t) = x(t-2) + x(2-t) \quad \text{سیستم ۴:} \quad y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau) d\tau$$

$$TV \leftrightarrow \text{حدرویار خطای سیب ۱ باشد} \quad \text{سیستم ۳:}$$

کدام سیستم در خاصیت تغییرپذیری با زمان، با بقیه متفاوت است؟

$$4(2)$$

$$2(4)$$

$$3(1)$$

$$1(3) \checkmark$$

سیستم های ۲، ۳، ۴ TV هستند و سیستم ۱ TI است سُنْزِن (۳) معین است

$$X(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s-2}$$

مجموعه مهندسی برق (کد ۱۲۵۱)

صفحه ۲۲

133C

چون تبدیل خیر علی است

۱۰۶ - سیگنال غیرعلی  $x(t)$  با تبدیل لاپلاس  $X(s) = \frac{s+2}{s-2}$  ورودی یک سیستم LTI و پاسخ به این ورودی برابر است.

$$Y(s) = \frac{2}{s-2} + \frac{1}{s-2} \cdot \frac{1}{s+1}$$

$$s=1$$

- ۱۴۶۸۲  $\rightarrow$   $s=1$  علی و پایدار است.

۲۰۷ علی و ناپایدار است.

۲۰۸ علی و ناپایدار است.

۱۰۷ - حاصل کانولوشن  $\sin^2(\pi t) \times \cos^2(\frac{\pi t}{2})$  برابر کدام است؟

$$\text{حاصل ضرب} \rightarrow \text{یادآوری: } (\pi \frac{t}{2T}) \leftarrow 2T \sin c(\frac{\omega T}{\pi})$$

$$X(t) = \frac{\sin^2(\pi t)}{(\pi t)^2} F \rightarrow \frac{1}{2\pi} \frac{1}{s-1} - \frac{1}{s+1} = \frac{\cos^2(\frac{\pi t}{2})}{\pi^2 s^2} \text{ صویص}$$

$$Y(t) \cos^2(\frac{\pi t}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi t + \frac{F}{\pi} \delta(\omega) + \frac{1}{\pi} (\delta(\omega-1) - \delta(\omega+1)) \quad (3)$$

$$\Rightarrow Y(\omega) = H(\omega) Y(\omega) = \frac{1}{2} \delta(\omega) + \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} \delta(\omega-1) + \frac{1}{2} \delta(\omega+1) \right) \quad (4)$$

۱۰۸ - سیگنال  $x(t)$  با تبدیل فوریه  $X(j\omega)$  را در نظر بگیرید. اطلاعات زیر در مورد این سیگنال در دسترس است.

$x(t) = x^*(t)$  : حقیقی است.  $x(t) = 0$   $t \leq 0$  : حقیقی است.

$$\int R_E(x(\omega)) e^{j\omega t} dt = \int x(t) e^{-j\omega t} dt \Rightarrow \frac{1}{\pi} \int R_E(x(\omega)) e^{j\omega t} dt = \int x(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{متسط}$$

$$\Rightarrow R_E(x(\omega)) \xrightarrow{j\omega t} \int x(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{متسط}$$

$$\Rightarrow \frac{x(\omega) + x^*(-\omega)}{2} \xrightarrow{j\omega t} \int x(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{متسط}$$

$$\Rightarrow \frac{x(\omega) + x(-\omega)}{2} \xrightarrow{-j\omega t} \int x(t) e^{j\omega t} dt \quad \text{متسط}$$

$$\Rightarrow \frac{x(t) + x(-t)}{2} = \int x(t) e^{j\omega t} dt \Rightarrow x(t) = 2t e^{-jt} u(t) \quad \text{متسط}$$

$$x(t) = -t \quad (1) \checkmark$$

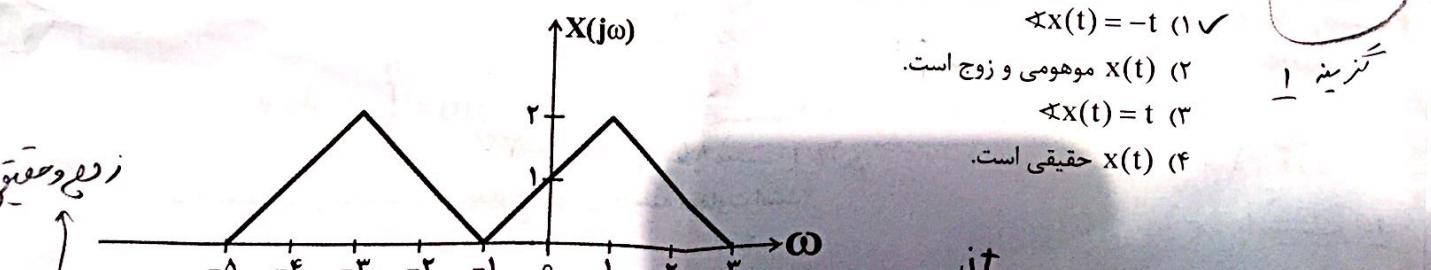
$$x(t) = 2te^{-jt} u(t) \quad (2) \checkmark$$

$$x(t) = 2\pi te^{-jt} u(t) \quad (3)$$

$$x(t) = 2\pi te^jt u(t) \quad (4)$$

$$x(t) = t \quad (5)$$

$$x(t) = -t \quad (6) \checkmark$$



۱۰۹ - تبدیل فوریه سیگنال  $x(t)$  مطابق شکل زیر است. گزینه درست در مورد آن کدام است؟

$$Y(\omega) = X(\omega-1) \Rightarrow X(\omega-1) \quad (زیر و حقیقی) \Rightarrow x(t) e^{jt} \rightarrow x(t) e^{jt}$$

$$\Rightarrow x(t) e^{jt} = 0 \Rightarrow x(t) + x(t)e^{jt} = 0 \Rightarrow x(t) + t = 0 \Rightarrow x(t) = -t$$

$$\begin{aligned} b_0 + b_1 = 1 \\ 2b_0 b_1 = 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_1 = 2 \end{cases}$$

متوسط ۱۱۰ - در شکل زیر،  $h_1[n]$  حقیقی و  $h_1(e^{j\omega}) = b_0 + b_1 e^{-j\omega}$  است که در آن  $b_0 > 0$  و  $b_1 = 1$  می‌باشد. اگر  $h[n]$  پاسخ ضربه سیستم با ورودی  $x[n]$  و خروجی  $y[n]$  به صورت زیر باشد:

$$h[n] = \begin{cases} 0 & n=0 \\ 2 & n=\pm 1 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$$



$$h(n) = 0\delta(n) + 2\delta(n-1) + 2\delta(n+1), \quad h(n) = h_1(n) * h_1(-n)$$

$$b_1 = -2, b_0 = 2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow H(e^{j\omega}) = H_1(e^{j\omega}) \cdot H_1(e^{-j\omega}) \Rightarrow 0 + 2e^{-j\omega} + 2e^{j\omega} = H_1(e^{j\omega}) \cdot H_1(e^{-j\omega}) \quad b_1 = -1, b_0 = 1 \quad (2)$$

$$b_1 = 1, b_0 = 2 \quad (3)$$

$$h_1(n) \Rightarrow H_1(e^{j\omega}) = H_1^*(\omega) \Rightarrow H(e^{j\omega}) = |H_1(e^{j\omega})|^2 \Rightarrow 0 + 4\cos(\omega) = |H_1(e^{j\omega})|^2 \quad b_1 = 2, b_0 = 1 \quad (4)$$

$$|H_1(e^{j\omega})|^2 = (b_0^2 + b_1^2 + 2b_0 b_1 \cos(\omega))^2 = b_0^2 + b_1^2 + 2b_0 b_1 \cos(\omega) \quad b_0 = 1, b_1 = 2 \quad (5)$$

متوسط ۱۱۱ - در یک سیستم LTI زمان‌گسسته با پاسخ ضربه  $u[n] = (-1)^n u[n] + u[2-n]$ ، پاسخ به ورودی  $h[n]$  در لحظه

$$n = -2 \quad \text{برابر کدام است؟} \quad u[n] \text{ تابع پله واحد می‌باشد.}$$

$$\Rightarrow x(n) = \frac{1}{4} \left( 1 - (-1)^n - (-1)^{n-1} - (-1)^{n-2} \right) \quad (1)$$

$$x(n) = -\frac{1}{4} \left( 1 + (-1)^n + (-1)^{n-1} + (-1)^{n-2} \right) \Rightarrow x(n) = 1 + \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) \quad (2)$$

$$\Rightarrow y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-3}^{n-1} \left( \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} \right) \quad y(-2) = 3 + \left( \frac{1}{4} \right)^2 + \left( \frac{1}{4} \right)^3 + \left( \frac{1}{4} \right)^4 \quad (3)$$

$$= 3 + \frac{7}{16} = \frac{55}{16} \quad (4) \checkmark$$

متوسط ۱۱۲ - یک سیستم گسسته در زمان با رابطه ورودی - خروجی به صورت  $y[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}x[n]\right)$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه

در مورد متناوب بودن خروجی به ازای  $\frac{n^2\pi}{4}$  صحیح است؟  $\Omega_0$  فرکانس اصلی در سیگنال‌های متناوب است.

$$y(n) = \cos\left(\frac{n^2\pi}{4}\right) \quad \Omega_0 = \frac{\pi}{4} \quad (2) \checkmark$$

$$\Rightarrow y(n+N) = y(n) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}(n+N)^2\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}n^2 + \frac{\pi}{4}nN + \frac{\pi}{4}N^2\right) \quad \Omega_0 = \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4}nN + \frac{\pi}{4}N^2 = 2k\pi \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} N=4 \Rightarrow 4N + 2N \neq 2k\pi \\ \text{متناوب نیست.} \end{array} \right. \quad \Omega_0 = \frac{\pi}{3} \quad (3)$$

متوسط ۱۱۳ - معادله تفاضلی یک سیستم LTI زمان‌گسسته به صورت زیر داده شده است:

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-2] + \frac{1}{16}y[n-4] = x[n] + x[n-1]$$

متوسط ۱۱۴ - خروجی سیستم به ورودی  $x[n] = 3\cos\pi n$ ، کدام است؟

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1 + e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j2\omega} + \frac{1}{16}e^{-j4\omega}}$$

$$\frac{3}{8}\cos\pi n \quad (1)$$

$$\frac{3}{8}\sin\pi n \quad (2)$$

$$\frac{3}{8}\sin\pi n \quad (3)$$

$$x(n) = 3\cos\pi n \Rightarrow y(n) = 3 \times |H(\omega)| \cos(\pi n + \angle H(\omega))$$

صفر (4)  $\checkmark$

$$H(\omega) = \frac{1 - 1}{-1} = 0 \quad ! \quad \Rightarrow y(n) = 0$$

۱۱۴- اگر رابطه  $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int X(e^{j\theta}) \frac{1}{1 - \frac{1}{2} e^{j(\omega-\theta)}} d\theta$  برقرار باشد، کدام گزینه، درست است؟

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int X(\theta) \frac{1}{1 - \frac{1}{2} e^{j(\omega-\theta)}} d\theta = \chi(n) * \left( \frac{1}{2} e^{\frac{j\omega n}{2}} \right) u(n) \Big|_{n=0}$$

$$\Rightarrow X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \chi(-k) \left( \frac{1}{2} \right)^k e^{\frac{j\omega k}{2}} u(k)$$

$$\Rightarrow \chi(n) = F^{-1} \{ X(e^{j\omega}) \} = \sum \chi(-k) \left( \frac{1}{2} \right)^k u(k) F^{-1} \left\{ e^{\frac{j\omega k}{2}} \right\}$$

$$\delta(n+1) \rightarrow \text{سدۀ} \quad \Rightarrow \chi(n) = \sum \chi(-k) \left( \frac{1}{2} \right)^k u(k) \delta\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

$$\delta\left(\frac{n+1}{2}\right) \rightarrow e^{\frac{j\omega(n+1)}{2}} \quad \Rightarrow \chi(n) = \sum \chi(-k) \left( \frac{1}{2} \right)^k u(k) e^{\frac{j\omega(n+1)}{2}}$$

الکترومغناطیس:  $\Rightarrow n = -1 \Rightarrow n = -1$

۱۱۵- برای انتقال بارهای سطحی با چگالی سطحی ثابت  $\rho_s$  (کولمب بر مترمربع) از روی کره‌ای به شعاع  $\sqrt{2}a$  به روی

سطح کره‌ای به شعاع  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ، چه میزان کار لازم است؟

$$\frac{4\pi\rho_s}{\epsilon_0} a^3 \left( \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{2\pi\rho_s}{\epsilon_0} a^3 \left( \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right) \quad (2)$$