- ((به نام خداوند بزرگ))-

پاسخ سوالات معادلات دیفرانسیل و ریاضیات مهندسی کنکور ۹۷ مهندسی برق

احسان روشن شمال

Barghharshad.ir

negareh.ac.ir

@riaziat_konkor

سوالات شامل ۵ سوال معادلات دیفرانسیل و ۵ سوال ریاضیات مهندسی می باشد. به نظرم آمد یک سوال ریاضی مهندسی مورد داشته باشد. نوع سوالات این دو درس ساده و به صورت ارزیابی می شود.

(۳۱) ساده

این قول ساده برای کاهش استرس داوطلبان قوی

شده بود:

$$x^{\alpha} y^{\beta} \times \text{معادله} \longrightarrow \overbrace{\left(x^{\alpha+2} y^{\beta+3}\right)}^{M} dx + \overbrace{\left(x^{\alpha+1} y^{\beta} + x^{\alpha+1} y^{\beta+2}\right)}^{N} dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = (\beta+3)\, x^{\alpha+2} y^{\beta+2}$$

bargharshad.ir Ehsan Roshanshomal

$$\frac{\partial N}{\partial x} = (\alpha+1)\, x^{\alpha} y^{\beta} + (\alpha+1)\, x^{\alpha} y^{\beta+2}$$

برای آنکه ضرایب α و β را ببینیم بایستی $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ باشد:

@riaziat_konkor

$$\Rightarrow \quad \beta = -3 \quad , \quad \alpha = -1$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\text{عامل} = x^{-1} y^{-3}}$$

۳۲ متوسط

واضح است که معادله دیفرانسیل کمکی می‌باشد، لذا با استفاده از

روال حل معادلات همگن مرتبه اول که به تفصیل در مالتی مدیا توضیح داده شده خواهیم داشت:

$$\left(x\sec^2\frac{y}{x}\right)dy=\left(y\sec^2\frac{y}{x}-x\tan\frac{y}{x}\right)dx$$

$$\begin{cases} y=xu \\ y'=u+xu' \end{cases}$$

$$\Rightarrow y'=xu'+\cancel{u}=\cancel{u}-\frac{\tan u}{\sec^2 u}$$

$$\frac{x\,du}{dx}=-\frac{\tan u}{\sec^2 u}\longrightarrow\frac{dx}{x}=-\frac{\sec^2 u}{\tan u}\,du$$

bargharshad.ir
Ehsan Roshanshamal

$$\begin{cases} z=\tan u \\ dz=(1+\tan^2 u)\,du=\dfrac{1}{\cos^2 u}\,du=\sec^2 u\,du \end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{dx}{x}=-\frac{dz}{z}\Rightarrow\int\ln x+\ln k=-\ln z$$

$$\Rightarrow kx=\frac{1}{\ }\Rightarrow xz=\frac{1}{\ }=c$$

$Z \qquad\qquad K$

$$x(\tan u) = C \longrightarrow \boxed{x \tan \frac{y}{x} = C}$$

۳۳ متوسط

این سؤال تا حدود زیادی شبیه سؤال اول کنکور ۹۵ است.

معادله از نوع کوشی-اویلر است و دقت کنید که فرم $y(x)$ ای که در معادله داده شده است در واقع همان فرم لاگرانژ می‌باشد. روش لاگرانژ به صورت کامل در مالتی مدیا توضیح داده شده است و فکر عظیم برای کسانی که ویدیو رو دیده باشند این تست سخت بوده باشد:

$$\xrightarrow[\text{مشخصه}]{\text{معادله}} \quad x(x-1) - 3x + 4 = 0 \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \longrightarrow y_1 = x^2 \\ x_2 = 2 \longrightarrow y_2 = x^2 \ln x \end{cases}$$

$$\text{lagrange}: \; y = y_1 \overbrace{(-u_1)}^{\text{مد نظر طراح}} + y_2 \overbrace{u_2}^{\text{مد نظر طراح}}$$

$$-u_1 = -\int \frac{y_2 \cdot \frac{R(x)}{a(x)}}{w(x)} \, dx \qquad \begin{cases} R(x) = x^2 \ln x \\ a(x) = x^2 \end{cases}$$

$$u_2 = + \int \frac{y_1 \cdot \frac{R(x)}{a(x)}}{w(x)} dx \qquad \left| a(x) = x \right.$$

$$w(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 \ln x \\ 2x & 2x \ln x + x \end{vmatrix} = x^2$$

barghar shad.ir ehsan Roshanshomal

$$\Rightarrow -u_1 = -\int \frac{x^2 \ln x \cdot \ln x}{x^2} dx = -\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$= -\frac{1}{3} (\ln x)^3$$

$$u_2 = + \int \frac{x^2 \cdot \ln x}{x^2} dx = \frac{1}{3} (\ln x)^2$$

@riaziat_konkor

$$\rightarrow \frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{3} (\ln x)^3 \right) = \boxed{-\frac{1}{x} (\ln x)^2}$$

$$\rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} (\ln x)^2 \right) = \boxed{\frac{1}{x} (\ln x)}$$

(۳۴) ساده

روش اول: حل شرایط اولیه:

در گزینه‌های ۲ و ۳، ۴ صدق نمی‌کنند ⟵ $y'(0)=1$

لذا گزینه ۱ یا $\frac{1}{2}(\sinh t+\sin t)$ درست است

روش دوم:

$$\lambda^4-1=0 \rightarrow (\lambda^2-1)(\lambda^2+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda_1=1 \longrightarrow y_1=e^x \\ \lambda_2=-1 \longrightarrow y_2=e^{-x} \\ \lambda_{3,4}=\pm i \longrightarrow y_{3,4}=\cos x,\ \sin x \end{cases}$$

ehsan Roshanshomal
barghashad.ir

$$\Rightarrow y=c_1e^x+c_2e^{-x}+c_3\cos x+c_4\sin x$$

حال شرایط اولیه را اعمال کرده و به‌صورت کامل حل می‌کنیم.

---

(۳۵) ساده

$-\frac{\pi}{2}$ S

به دلیل حضور $u_{\frac{\pi}{2}}(\cdot)$ در $f(t)$ ، بایستی عامل $e^{\cdot}$

در $F(s)$ وجود داشته باشد. همچنین به دلیل حضور عامل

$e^{t}\cos t$ بایستی انتظار فاکتور $\frac{1}{(s-1)^2+1}$ را نیز در مخرج

داشته باشیم. لذا یافتن گزینه صحیح کار دشواری نخواهد بود.

۳۶ ساده

نقطه تکین در $z=-1$ است. لذا مطابق با روشی که در ویدیوی

آموزشی ارائه کرده ام باید بسته های $z+1=t$ تولید کنیم:

$$f(t)=\left[2(t-1)^2+\alpha(t-1)-1\right]e^{\frac{1}{t}}$$

bargharshad.ir Ehsan Roshanshomal

$$=\left[2t^2-4t+2+\alpha t-\alpha-1\right]\left[1+\frac{1}{t}+\frac{1}{2!t^2}+\frac{1}{3!t^3}+\cdots\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t}\ \text{ضریب}=\frac{2}{6}+\frac{(\alpha-4)}{2}+\frac{-\alpha+1}{1}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha=-\frac{5}{3}}$$

۳۷ ساده

مشابه این سوال هم در کنکور مکانیک و هم در کنکور نفت یکی دو سال اخیر وجود دارد و بحث بسیار ساده‌ای در محاسبات مختلط است:

1

$$Re\left(\frac{z-i}{z+i}\right) < 1 \Rightarrow \frac{x+i(y-1)}{x+i(y+1)} < 1$$

$$\Rightarrow Re\left(\downarrow\right) = \frac{x^2+(y^2-1)}{x^2+(y+1)^2} < 1$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2}+\cancel{y^2}-1 < \cancel{x^2}+\cancel{y^2}+2y+1 \rightarrow \boxed{y > -1}$$

نیمه بالایی

@riaziat_konkor

2

$$Im\left(\frac{z-i}{z+i}\right) > a \Rightarrow \frac{-2x}{x^2+(y+1)^2} > a$$

$$\Rightarrow x^2+(y+1)^2 < \frac{-2x}{a}$$

$$(x+\frac{1}{\ })^2+(y+1)^2 < \frac{1}{\ }$$

dair shomal

a^2

داخل دایره‌ای به شعاع $\frac{-1}{a}$

و مرکز $(\frac{-1}{a}, -1)$

پس شد نیمه بالای داخل یک دایره

bargharshad
Ehsan Roshans

۳۹ ساده

نگاشت یاکوفسکی جزو ساده‌ترین و روال‌ترین نگاشت‌هایی است که می‌توان از آن سؤال طرح کرد:

@riaziat_konkor

$$w = z + \frac{1}{z} = r\cos\theta + ir\sin\theta + \frac{1}{r}\cos\theta - \frac{i}{r}\sin\theta$$

$$= r\cos\theta + \frac{1}{r}\cos\theta + i\left(r\sin\theta - \frac{1}{r}\sin\theta\right) = u + iv$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = r\cos\theta + \frac{1}{r}\cos\theta \longrightarrow \dfrac{u^2}{(r+\frac{1}{r})^2} = \cos^2\theta \\ v = r\sin\theta - \frac{1}{r}\sin\theta \longrightarrow \dfrac{v^2}{(r-\frac{1}{r})^2} = \sin^2\theta \end{cases}$$

bargharshad.ir
Ehsan Roshanshamal

$|z| = r = ۲$

$$\Rightarrow \frac{u^۲}{\left(\frac{۵}{۲}\right)} + \frac{v^۲}{\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{۴u^۲}{۲۵} + \frac{۴v^۲}{۹} = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{u^۲}{۲۵} + \frac{v^۲}{۹} = \frac{1}{۴}}$$

۴۰ متوسط

درصورتی که دوره تناوب داده شده برای تابع، مضرب صحیحی از دوره تناوب اصلی تابع باشد، سری فوریه با خودش برابر است. اما در این سوال به این شکل نیست و باید a_n پیدا شود:

$$a_n = \frac{۲}{\pi}\int_0^{\pi} \sin \alpha x \cos nx \, dx$$

$$\xrightarrow{\text{حل}} = \frac{-1}{\pi}\frac{1}{\alpha - n}\cos(\alpha\pi - n\pi) + \frac{1}{\pi(\alpha - n)}$$

$$+ \frac{1}{\pi(\alpha + n)} - \frac{1}{\pi(\alpha + n)}\cos(\alpha\pi + n\pi)$$

$$\pi(\alpha+n) \qquad \pi(\alpha+n)$$

$$= \frac{\alpha+\cancel{n}+\alpha-\cancel{n}}{\pi(\alpha-n)(\alpha+n)} - \left[\frac{\cos\alpha\pi\cos n\pi + \cancelto{0}{\sin\alpha\pi\sin n\pi}}{\pi(\alpha-n)}\right]$$

$$- \left[\frac{\cos\alpha\pi\cos n\pi - \cancelto{0}{\sin\alpha\pi\sin n\pi}}{\pi(\alpha+n)}\right]$$

$$= \frac{2\alpha}{\pi(\alpha^2-n^2)} - \frac{\cos\alpha\pi\cos\pi n}{\pi}\left(\frac{\alpha+\cancel{n}+\alpha-\cancel{n}}{(\alpha-n)(\alpha+n)}\right)$$

$$= \frac{2\alpha\left(1-(-1)^n\cos\alpha\pi\right)}{\pi(\alpha^2-n^2)} = \boxed{\frac{2\alpha\left((-1)^n\cos\alpha\pi-1\right)}{\pi(n^2-\alpha^2)}}$$

bargharshad.ir - Ehsan Roshanshomal

متأسفانه این a_n در هیچ گزینه‌ای وجود نداره.

در واقع طراح -2α را در صورت a_n در نظر نگرفته است.

احتمالاً کلید اولیه سنجش

$$\cdots\cdots + \frac{2\alpha\cos\alpha\pi}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos nx}{n^2-\alpha^2}$$

خواهد بود.

(۳۸) متوسط

$$u(0,y)=1$$

$$b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} u(0,y)\sin\frac{n\pi}{\pi}y\,dy=\frac{2}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin ny\,dy$$

$$=\frac{-2}{\pi n}\cos ny\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}=\frac{-2}{\pi n}\left(\cos n\pi-\cos\frac{n\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow b_n=\frac{2}{\pi n}\left(\cos\frac{n\pi}{2}-(-1)^n\right)$$

@riazi_konkor

$$\longrightarrow b_1=\frac{2}{\pi}\left(\cos\frac{\pi}{2}-(-1)^1\right)=\boxed{\frac{2}{\pi}}$$

$$b_2=\frac{1}{\pi}\left(\cos\pi-(-1)^2\right)=\boxed{\frac{-2}{\pi}}$$ او ۴ غلط است

$$b_3=\frac{2}{3\pi}\left(\cos\frac{3\pi}{2}-(-1)^3\right)=\boxed{\frac{2}{3\pi}}$$ سه غلط است

barghashad.ir Ehsan Roshanshomal

لذا تنها ۲ صحیح خواهد بود نفی :

$$u(x,y) = \frac{2}{\pi}\left(e^{-x}\sin y - e^{-2x}\sin 2y + \frac{1}{2}e^{-3x}\sin 3y + \cdots\right)$$

Last modified: 22:55