

۹۷، ۶۰
مهمان

الکترومغناطیس:

۱۱۵- برای انتقال بارهای سطحی با چگالی سطحی ثابت ρ_s (کولمب بر مترمربع) از روی کره‌ای به شعاع $\sqrt{2}a$ به روی

$$\rho'_s = \frac{\rho_s \epsilon \pi (2a)^3}{\epsilon \pi (\frac{a}{\gamma})^3} = 98 \rho_s$$

سطح کره‌ای به شعاع $\frac{a}{\gamma}$ ، چه میزان کار لازم است؟

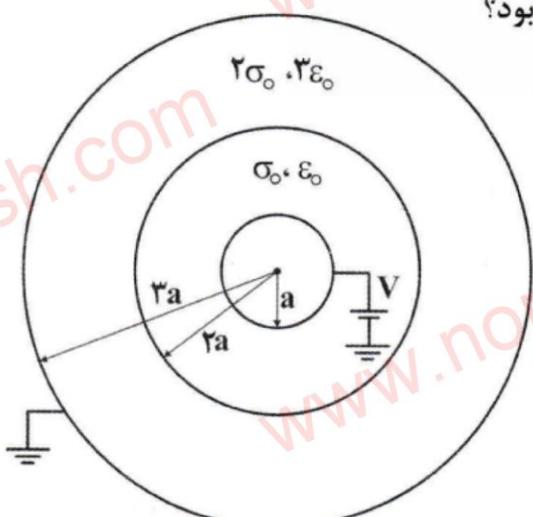
$$\frac{2\pi \rho_s a^3}{\epsilon_0} (\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{\gamma}) \quad (1)$$

$$\frac{4\pi \rho_s a^3}{\epsilon_0} (14 - \sqrt{2}) \quad (2) \checkmark$$

$$\frac{2\pi \rho_s a^3}{\epsilon_0} (2\sqrt{2} - \frac{2}{\gamma}) \quad (3)$$

$$\frac{4\pi \rho_s a^3}{\epsilon_0} (\frac{2}{\gamma} - \sqrt{2}) \quad (4)$$

۱۱۶- فضای بین یک کره رسانای کامل به شعاع a و پوسته رسانای کامل به شعاع داخلی $3a$ از دو ناحیه رسانای ناقص با رسانایی ویژه σ و 2σ و ضرایب گذردهی ϵ_0 و $3\epsilon_0$ پرشده است. مرز دو ناحیه، یک کره به شعاع $2a$ است. اگر کره رسانای داخلی به پتانسیل V_0 و پوسته رسانای بیرونی به پتانسیل صفر وصل باشند، چگالی بار آزاد سطحی روی مرز دو ناحیه ($r = 2a$)، چند کولمب بر مترمربع خواهد بود؟



$$R = \int_a^{2a} \frac{dr}{\epsilon_0 \sigma_0 r^2} + \int_{2a}^{3a} \frac{dr}{\epsilon_0 \sigma_0 r^2} + \left(\frac{3}{14} \right) \frac{\epsilon_0 V_0}{a} \quad (1) \checkmark$$

$$J = \frac{V_0}{R} = \frac{12\sigma_0 a V_0}{V \pi r^2} \quad (2)$$

$$\rho_s = \left(\frac{\epsilon_r}{\sigma_r} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) J \Big|_{r=2a} = \frac{c}{14} \frac{\epsilon_0 V_0}{a} \quad (3)$$

$$+ \left(\frac{6}{\gamma} \right) \frac{\epsilon_0 V_0}{a} \quad (4)$$

۱۱۷- اگر در لحظه $t = 0$ ، کره‌ای به شعاع a و رسانایی ویژه σ و گذردهی ϵ_0 به طور یکنواخت و با چگالی حجمی ρ_0

باردار شود، بار سطحی روی کره در لحظه $t = \Delta s$ ، کدام است؟ $(\tau = \frac{\epsilon_0}{\sigma})$

$$\rho_s(t) = \rho_{(\infty)} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

$$\frac{\rho_0 a}{3} (1 + e^{-\frac{\Delta s}{\tau}}) \quad (1)$$

$$\rho_s(\Delta s) = \frac{\rho_0 \frac{4}{3} \pi a^3}{\epsilon_0 \pi a^2} \left[1 - e^{-\frac{\Delta s}{\tau}} \right] = \frac{\rho_0 a}{3} (1 - e^{-\frac{\Delta s}{\tau}})$$

$$\frac{\rho_0 a}{3 \epsilon_0} (1 - e^{-\frac{\Delta s}{\tau}}) \quad (2)$$

$$\frac{\rho_0 a}{3} (1 - e^{-\frac{\Delta s}{\tau}}) \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{\rho_0 a}{3 \epsilon_0} (1 + e^{-\frac{\Delta s}{\tau}}) \quad (4)$$

۱۱۸- در فضای آزاد، دو قطبی‌های الکتریکی با چگالی $\vec{P} = k \frac{\hat{r}}{r^3}$ درون یک پوسته کروی به مرکز مبدأ مختصات و به

شعاع داخلی a و شعاع خارجی b توزیع شده است ($a < r < b$). بار نقطه‌ای q از بین نهایت به مرکز این پوسته کروی منتقل می‌شود. کار انجام شده برای این انتقال برابر کدام است؟

$$\rho_s = \vec{P} \cdot \hat{n} = \begin{cases} \frac{k}{b^3} \\ -\frac{k}{a^3} \end{cases} \quad r=a \quad r=b$$

$$\rho_s = -\nabla \cdot \vec{P} = 0$$

$$\frac{-kq}{\epsilon_0 a} \quad (1)$$

$$\Delta W = q \Delta V = q \{ V(a) - V(b) \}$$

$$= q \left\{ - \int_b^a \frac{-k}{\epsilon_0 r^3} dr \right\} = \frac{kq}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\frac{kq}{\epsilon_0 b} \quad (2)$$

$$\frac{kq}{\epsilon_0 a} \quad (3)$$

$$\frac{kq}{\epsilon_0 a} \quad (4)$$

۱۱۹- روی بخشی از پوسته کروی با $r = b$ ، $\theta \leq \phi \leq 2\pi$ و $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ مانند شکل زیر بار الکتریکی با چگالی بار

سطحی یکنواخت ρ_s توزیع شده است. میدان الکتریکی \vec{E} در مبدأ مختصات، کدام است؟

$$\vec{E} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\rho_s b^3 \sin \theta d\theta d\phi [-\cos \theta \hat{z}]}{4\pi \epsilon_0 b^3}$$

$$= \hat{z} \left(-\frac{\rho_s}{16\epsilon_0} \right)$$

$$\vec{E} = \hat{z} \left(-\frac{\rho_s b}{4\pi \epsilon_0} \right) \quad (1)$$

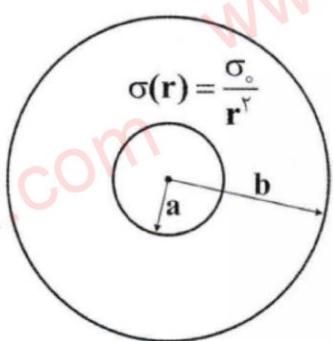
$$\vec{E} = \hat{z} \frac{\rho_s b}{2\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \hat{z} \frac{\rho_s b}{4\epsilon_0} \quad (3)$$

$$\vec{E} = \hat{z} \left(-\frac{\rho_s}{16\epsilon_0} \right) \quad (4) \checkmark$$

۹۷/۶۰۰
تحمیل

- ۱۲۰- مطابق شکل زیر، فضای میان کره رسانای کامل به شعاع a و پوسته رسانای کامل به شعاع b را ماده‌ای با رسانایی ویژه $\sigma(r) = \frac{\sigma_0}{r^2}$ پرکرده است. وابستگی $(r)\epsilon$ چگونه باشد تا بار الکتریکی آزاد در فاصله میان دو رسانا ایجاد



$$\epsilon = \frac{C}{r^2} = \text{میزان} \quad]$$

$$\epsilon \propto \sigma \propto \frac{1}{r^2}$$

نشود؟

$$\epsilon(r) \propto \frac{1}{r^2} \quad (1)$$

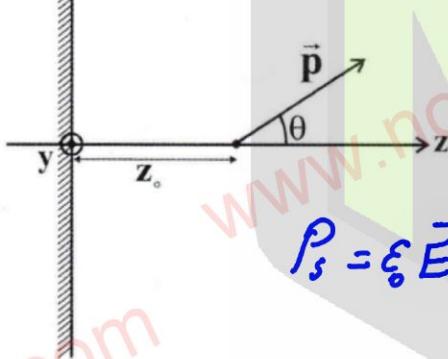
$$\epsilon(r) \propto \frac{1}{r} \quad (2)$$

$$\epsilon(r) \propto r^2 \quad (3)$$

$$\epsilon(r) \propto r \quad (4)$$

- ۱۲۱- دو قطبی الکتریکی \vec{p} در فاصله z_0 از مبدأ مختصات روی محور z ها و در صفحه xoz طوری قرار گرفته است که با محور z ها زاویه θ می‌سازد. با فرض آنکه صفحه xy رسانا و با پتانسیل صفر باشد، چگالی بار سطحی القایی که

توسط دو قطبی \vec{p} روی صفحه رسانا ایجاد می‌شود، در مبدأ مختصات چند $\frac{C}{m^2}$ است؟



$$\theta = 0 \quad]$$

$$\vec{E} \Big|_{\text{مبدأ}} = \frac{p}{\pi \epsilon_0 z_0^2} \hat{z}$$

$$\rho_s = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \hat{n} = \epsilon_0 \vec{E} \cdot \hat{z} = \frac{p}{\pi z_0^2}$$

$$\rho_s = \frac{p \cos \theta}{\pi z_0^3} \quad (1)$$

$$\rho_s = \frac{2\pi p \cos \theta}{z_0^3} \quad (2)$$

$$\rho_s = \frac{\pi p \cos \theta}{z_0^3} \quad (3)$$

$$\rho_s = \frac{2 p \cos \theta}{\pi z_0^3} \quad (4)$$

- ۱۲۲- کابل هممحوری با رسانای داخلی توپر به شعاع a و رسانای خارجی به شعاع b مفروض است. ضریب خودالقایی این کابل بر واحد طول، کدام است؟ بین هادی داخلی و خارجی فضای آزاد وجود دارد.

$$L = L_i + L_p = \frac{\mu_0}{2\pi} + \int_a^b \int_a^b \frac{\mu_0}{2\pi r} dr dz$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{1}{2} + \ln \frac{b}{a} \right] \quad (1)$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right] \quad (2)$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \left[\frac{1}{8} + \ln \frac{b}{a} \right] \quad (3)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{b}{a} \right] \quad (4)$$

۹۷، ۷، ۶
محمد

- بخشی از یک سیم با جریان الکتریکی ثابت I روی منحنی $y = x^2$ مانند شکل زیر از مثبت بی‌نهایت تا نقطه (1,1) در صفحه xoy کشیده شده است. شدت میدان مغناطیسی \vec{H} در مبدأ مختصات، کدام است؟

$$\vec{H} = \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{R}}{\epsilon \pi |\vec{R}|^3} = \frac{I}{\epsilon \pi} \int \frac{(y dx - x dy) \hat{z}}{(x^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$= \frac{-I_0}{4\pi} \hat{z} \int_1^\infty \frac{dx}{x(1+x^2)^{5/2}}$$

$$= \frac{I}{\epsilon \pi} \left\{ \ln(\tan \frac{\pi}{4}) + \frac{\sqrt{r}}{r} \right\} \hat{z}$$

$$\frac{I}{2\pi} (\tan \frac{\pi}{4} - 1) \hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{I}{4\pi} (\ln(\tan \frac{\pi}{4}) + \frac{\sqrt{2}}{2}) \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{I}{4\pi} (\ln(\tan \frac{\pi}{4}) + 1) \hat{z} \quad (3)$$

$$\frac{I}{2\pi} (\tan \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}) \hat{z} \quad (4)$$

- یک کره به شعاع a با مغناطیدگی $\vec{M} = M_0 \hat{z}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت

قرار دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر بخش $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq r \leq a$, $0 \leq \phi \leq \pi$ چقدر است؟

$$\vec{J}_{sm} = M_0 \sin \theta \hat{\phi} \rightsquigarrow I d\vec{l} = (M_0 \sin \theta)(a d\theta)(a \sin \theta d\phi) \hat{\phi}$$

$$d\vec{F}_m = \int_0^\pi I d\vec{l} \times \vec{B} = \int_0^\pi (M_0 B_0 a^2 \sin^2 \theta d\theta) d\phi (\hat{\phi} \times \hat{z})$$

$$= \mu M_0 B_0 a^2 \sin^2 \theta d\theta (\hat{y})$$

$$\vec{F}_m = \int_0^\pi d\vec{F}_m = \mu M_0 B_0 a^2 \hat{y} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \theta d\theta \right] = \frac{\mu M_0 \pi a^2 B_0}{2} \hat{y}$$

$$M_0 \frac{2\pi a^3}{3} B_0 \hat{y} \quad (1)$$

$$\frac{M_0 \pi a^3 B_0}{2} \hat{y} \quad (2)$$

$$M_0 \frac{4\pi}{3} a^3 B_0 \hat{y} \quad (3)$$

$$M_0 \pi a^3 B_0 \hat{y} \quad (4)$$

- در صورتی که در محیطی میدان الکتریکی $\vec{E} = E_0 (\hat{a}_x + 4\hat{a}_y + 3\hat{a}_z)$ و میدان مغناطیسی

برقرار باشد، بار q با چه سرعتی (\vec{v}) به صورت عمود بر \vec{B} حرکت کند تا بر آن نیرویی وارد نشود؟

$$\vec{v} = k_x \hat{a}_x + k_y \hat{a}_y + k_z \hat{a}_z$$

$$\vec{F}_e = E q = E_0 q (\hat{a}_x + 4\hat{a}_y + 3\hat{a}_z)$$

$$\vec{f}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$= q B_0 \{ (k_x + k_z) \hat{a}_x + (k_y - k_z) \hat{a}_y + (-k_x - k_y) \hat{a}_z \}$$

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_e \rightsquigarrow \begin{cases} k_x + k_z = -\frac{E_0}{B_0} \\ k_y - k_z = -\frac{4E_0}{B_0} \\ k_x + k_y = \frac{3E_0}{B_0} \end{cases}$$

نحوه حل

$$\frac{B_0}{E_0} (15\hat{a}_x + 2\hat{a}_y - 5\hat{a}_z) \quad (1)$$

$$\frac{B_0}{E_0} (7\hat{a}_x + 2\hat{a}_y - 5\hat{a}_z) \quad (2)$$

$$\frac{E_0}{B_0} (15\hat{a}_x + 2\hat{a}_y - 5\hat{a}_z) \quad (3)$$

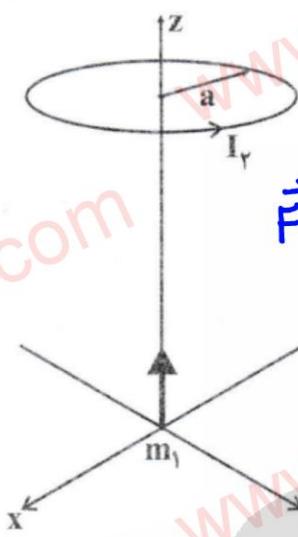
$$\frac{E_0}{B_0} (7\hat{a}_x + 2\hat{a}_y - 5\hat{a}_z) \quad (4)$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} = k_x - k_z + k_y = 0$$

$$k_y = \frac{r}{c} \frac{E_0}{B_0}, \quad k_z = -\frac{a}{c} \frac{E_0}{B_0}$$

$$k_x = \frac{V}{r} \frac{E_0}{B_0}$$

۱۲۶- دو قطبی مغناطیسی $\vec{m}_1 = m_1 \hat{z}$ در مبدأ مختصات واقع است. حلقه‌ای به شعاع a هم محور با محور z ، در d قرار دارد و از آن جریان I_2 می‌گذرد. نیروی وارد بر حلقه کدام است؟



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m_1}{\epsilon \pi (d^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{ r_x \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \hat{r} + \frac{a}{\sqrt{d^2 + a^2}} \hat{\theta} \right\} \quad (1) \text{ صفر}$$

$$\vec{F} = \int I_r d\vec{l} \times \vec{B} \quad (2)$$

$$= \int_0^{\pi} I_r a d\varphi \hat{\varphi} \times \vec{B} \quad (3)$$

$$= -\frac{r}{r} \mu_0 m_1 I_r \frac{a^2 d}{(d^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z} \quad (4)$$

۹۷، ۷، ۶
A شما

نوونگرش