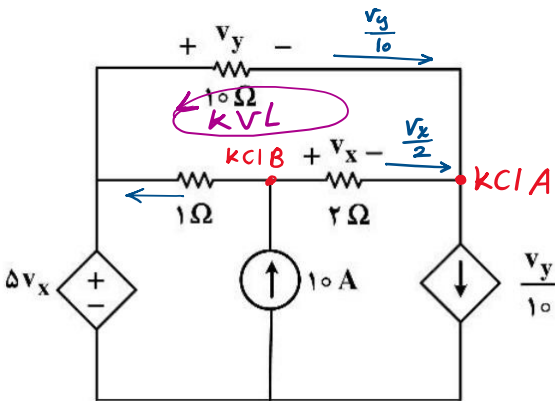
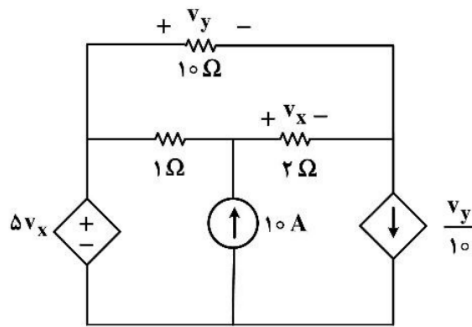


۴۶- در مدار زیر، V_y چند ولت است؟

- (۱) ۵-
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۰-
- (۴) ۵



$$KCI A: \frac{V_y}{10} + \frac{V_x}{2} = \frac{V_y}{10} \Rightarrow V_x = 0$$

$$V_x = 0 \Rightarrow \frac{V_x}{2} = 0 \xrightarrow{KCI B} I(1-2) = 10A$$

$$KVL: V_y + 1(10) - V_x = 0$$

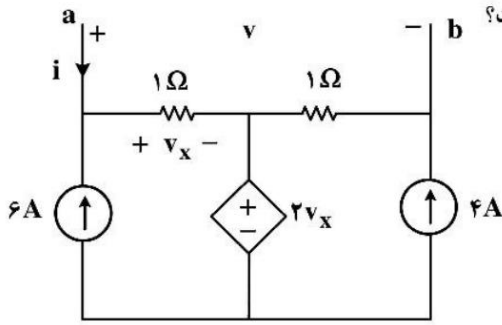
حلقه بالای

$$\Rightarrow V_y = -10$$

Engineer.mah

رزینه (3)

طبع سوال: ۳۲۸



۴۷- پارامترهای مدار معادل تونن دیده شده از دو سر ab کدام است؟

(۱) $v_{oc} = 2V$, $R_{eq} = 2\Omega$

(۲) $v_{oc} = 6V$, $R_{eq} = \frac{1}{2}\Omega$

(۳) $v_{oc} = 2V$, $R_{eq} = \frac{1}{2}\Omega$

(۴) $v_{oc} = 4V$, $R_{eq} = 2\Omega$

$$V = R_{th} i + V_{th} \quad (*)$$

KCL A: $i + 6 = v_x \quad (1)$

KCL B: $I(1\Omega) + 4 = i$

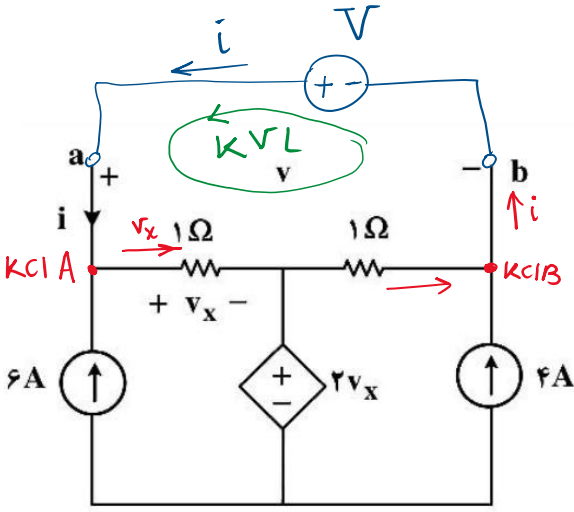
$$\Rightarrow I_{1\Omega} = i - 4 \quad (2)$$

KVL: $V = v_x + 1 \times I_{1\Omega}$

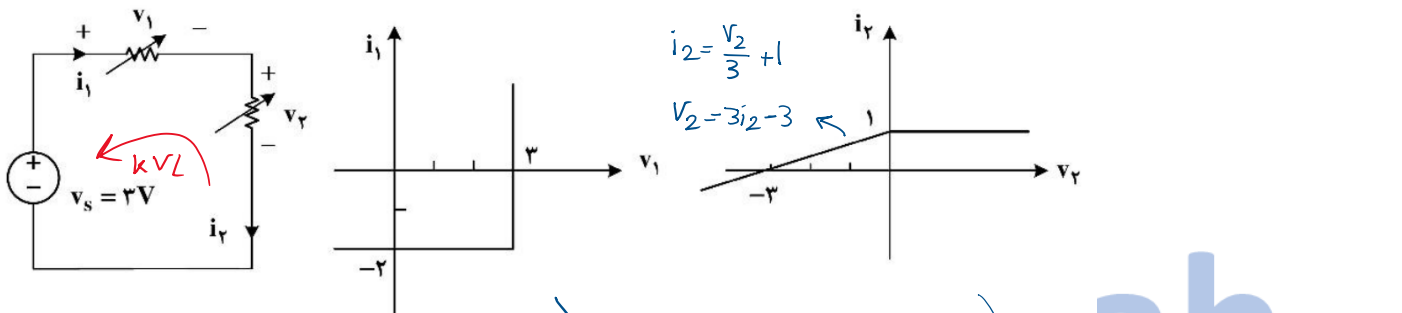
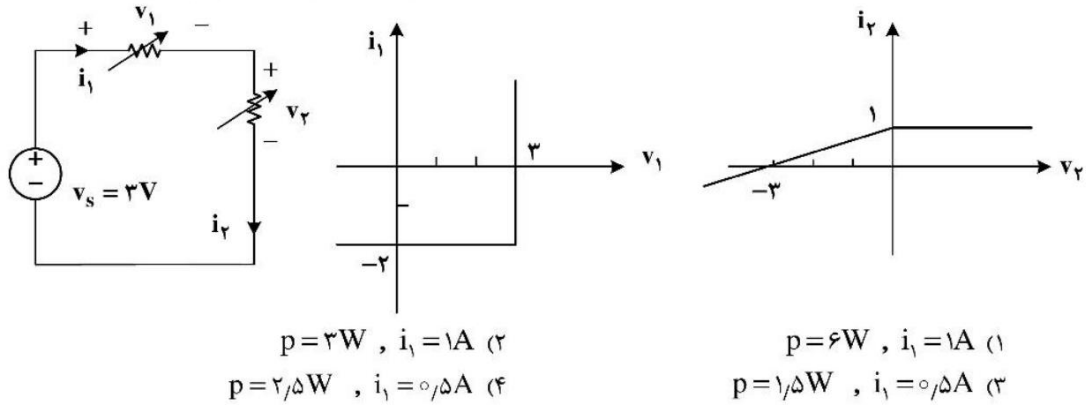
$\xrightarrow{(1), (2)}$ $v = (i + 6) + (i - 4)$

$$\Rightarrow \boxed{v = 2i + 2} \quad (*) \Rightarrow \begin{cases} R_{th} = 2 \\ V_{th} = 2 \end{cases}$$

کزینه (۱) سطح سوال: آسان

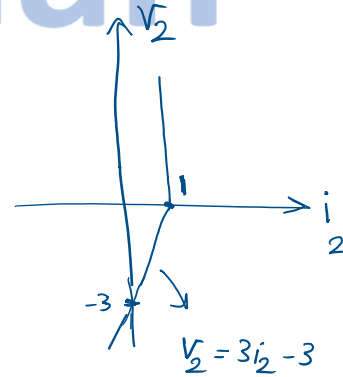
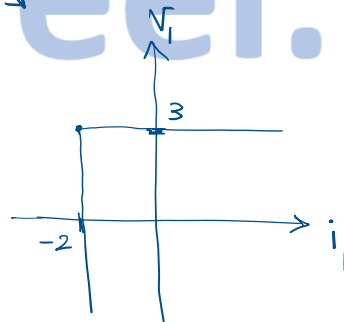


۴۸- در مدار داده شده مشخصه دو مقاومت غیرخطی رسم شده است. جریان i_1 و توان تولیدی منبع v_s کدام است؟



KVL: $v_1 + v_2 = 3$

$i_1 = i_2$



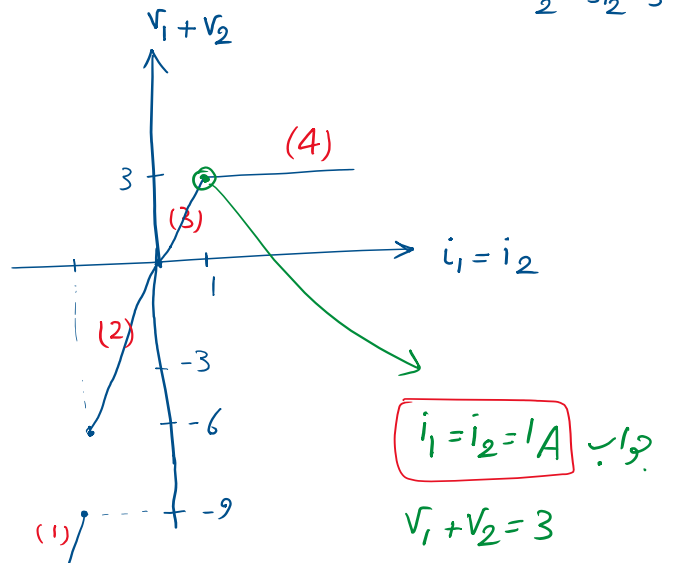
$i < -2 \Rightarrow v_1 + v_2 = 3i - 3$ (۱)

$-2 < i < 0 \Rightarrow v_1 + v_2 = 3i$ (۲)

$0 < i < 1 \Rightarrow v_1 + v_2 = 3i$ (۳)

$1 < i \Rightarrow v_1 + v_2 = 3$ (۴)

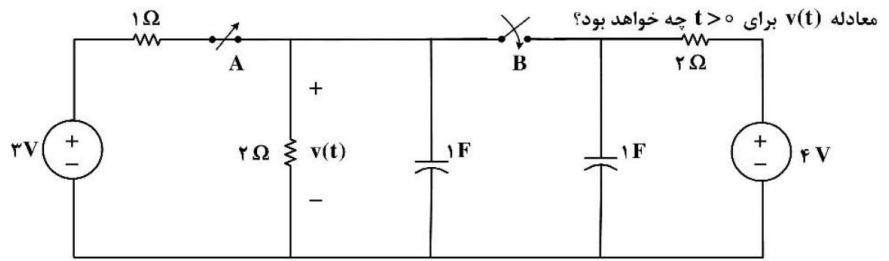
$P_s = v_s \times (-i_1) = 3(-1) = -3 \Rightarrow |P_s| = 3W$
 تولیدی



سطح سوال: متوسط

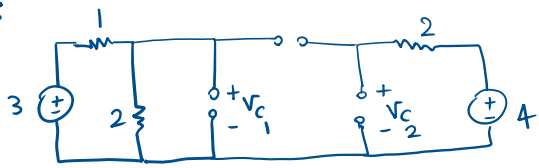
گزینه (۲)

۴۹- مدت‌های طولانی کلید A بسته و کلید B باز بوده است. در زمان $t=0$ کلید A باز و کلید B بسته می‌گردد.



معادله $v(t)$ برای $t > 0$ چه خواهد بود؟

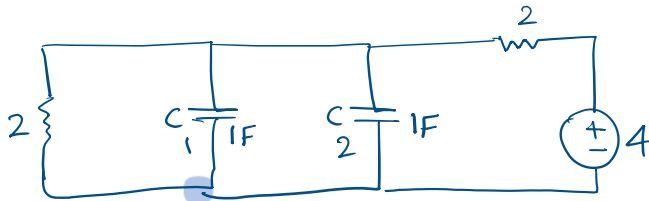
$t=0^-$:



$$V_{C_1}(0^-) = \frac{2}{2+1} \times 3 = 2 \text{ V}$$

$$V_{C_2}(0^-) = 4 \text{ V}$$

$t=0^+$:



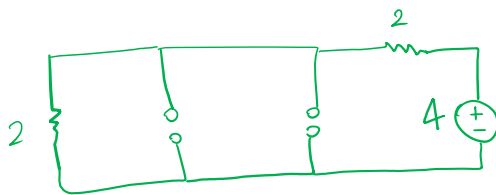
چون در $t=0^+$ دو خازن موازی

داریم $V_C(0^+) = V_C(0^-)$ برقرار نیست.

$$V_{C_1}(0^-) = 2 \quad V_{C_2}(0^-) = 4$$

$$V_{C_1}(0^+) = V_{C_2}(0^+) = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} = \frac{1(2) + 1(4)}{1+1} = 3 \text{ V}$$

$t=\infty$:

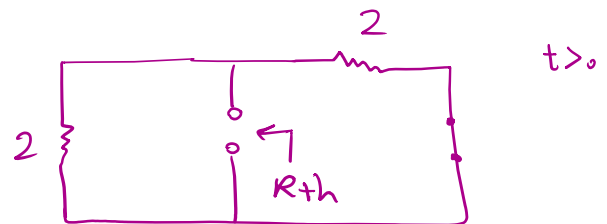


$$V_{C_1}(\infty) = V_{C_2}(\infty) = \frac{2}{2+2} \times 4 = 2 \text{ V}$$

ثابت زمانی: $\tau = R_{th} \times C_{eq}$ $R_{th} = 2 \parallel 2 = 1 \Omega$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 1 + 1 = 2 \text{ F}$$

$$\Rightarrow \tau = 2 \times 1 = 2 \text{ s}$$



$$V(t) = V_{C_1}(t) = V_{C_1}(\infty) + [V_{C_1}(0^+) - V_{C_1}(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}} = 2 + (3-2) e^{-\frac{t}{2}} = 2 + e^{-\frac{t}{2}}$$

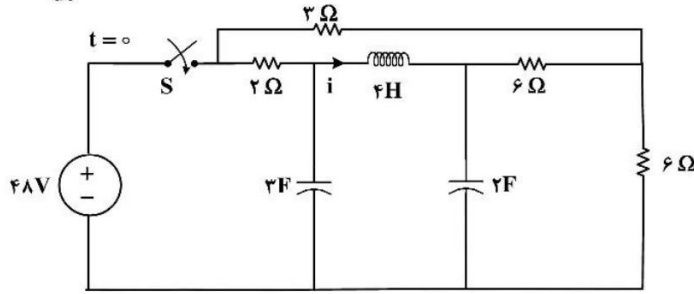
گزینہ (A)

طرح سوال: متوسط

۵- در مدار داده شده کلید S در لحظه $t=0$ بسته می‌شود. مدار در $t=0^-$ در حالت صفر قرار دارد. چند $\frac{d^2 i}{dt^2}(0^+)$ آمپر بر مجذور ثانیه است؟

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$



آمپر بر مجذور ثانیه است؟

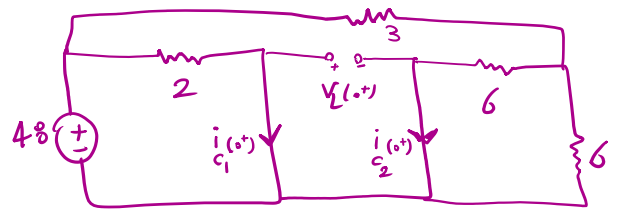
- (۱) $-1/5$
- (۲) 3
- (۳) -3
- (۴) $1/5$

$t=0^-$: مدار بدون منبع $\Rightarrow V_{C1}(0^-) = 0, V_{C2}(0^-) = 0, i_L(0^-) = 0$

$t=0^+$: $V_{C1}(0^-) = V_{C1}(0^+) = 0 \Rightarrow C_1$ اتصال کوتاه

$V_{C2}(0^-) = V_{C2}(0^+) = 0 \Rightarrow C_2$ اتصال کوتاه

$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0 \Rightarrow$ مدار باز

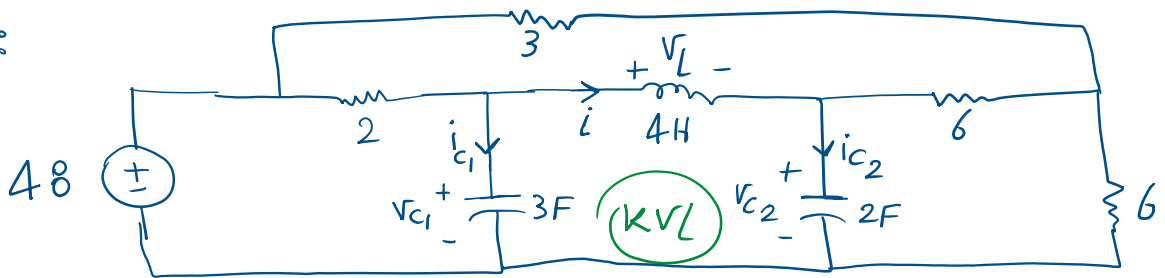


$$i_{C1}(0^+) = \frac{48}{2} = 24 \xrightarrow{i_C = C \frac{dV_C}{dt}} \frac{dV_{C1}(0^+)}{dt} = \frac{1}{3} \times 24 = 8 \text{ v}$$

$$i_{C2}(0^+) = \frac{1}{2} \times \frac{48}{3+6+6} = 4 \xrightarrow{i_C = C \frac{dV_C}{dt}} \frac{dV_{C2}(0^+)}{dt} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ v}$$

$$V_L(0^+) = 0 - 0 = 0 \xrightarrow{V_L = L \frac{di}{dt}} \frac{di(0^+)}{dt} = \frac{1}{4} \times 0 = 0$$

$t > 0$:

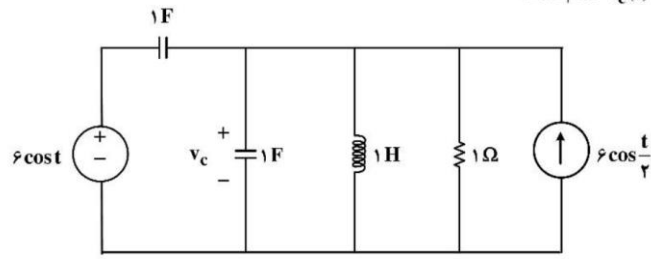


KVL : $V_{C2} + V_L = V_{C1} \xrightarrow{\text{مشتق از هر دو طرف}} \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{dV_L}{dt} = \frac{dV_{C1}}{dt}$

$V_L = L \frac{di}{dt}$ جایگذاری $\rightarrow \frac{dV_{C2}}{dt} + 4 \frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{dV_{C1}}{dt} \xrightarrow{t=0} \frac{dV_{C2}(0^+)}{dt} + 4 \frac{d^2 i(0^+)}{dt^2} = \frac{dV_{C1}(0^+)}{dt}$

جایگذاری مقادیر $\rightarrow 2 + 4 \frac{d^2 i(0^+)}{dt^2} = 8 \Rightarrow \frac{d^2 i(0^+)}{dt^2} = \frac{6}{4} = 1.5$ \rightarrow گزینه (۴)

طرح سوال: متوسط



$$\begin{aligned} & 3\sqrt{2} \cos(t+45^\circ) + 3\sqrt{2} \cos(\frac{t}{2}+45^\circ) \quad (2) & 3\sqrt{2} \cos(t-45^\circ) + 3\sqrt{2} \cos(\frac{t}{2}+45^\circ) \quad (1) \\ & 3\sqrt{2} \cos(t+45^\circ) - 3\sqrt{2} \cos(\frac{t}{2}+45^\circ) \quad (4) & -3\sqrt{2} \cos(t-45^\circ) + 3\sqrt{2} \cos(t-45^\circ) \quad (3) \end{aligned}$$

* با توجه به متفاوت بودن فرکانس‌های دو منبع مستقل مدار، از قضیه جمع آثار استفاده می‌کنیم.

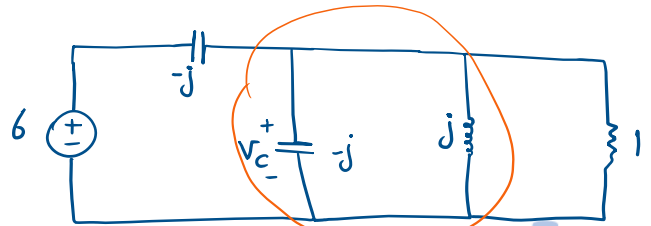
$\omega = 1$

$6 \cos t \xrightarrow{\text{فازور}} 6$

$1 H \xrightarrow{j\omega L} j$

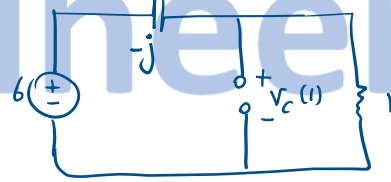
$1 F \xrightarrow{\frac{1}{j\omega C}} -j$

الف) فقط منبع ولتاژ $6 \cos t$ را در نظر می‌گیریم. (منبع جریان مدار باز):



$V_c(1) = \frac{1}{1-j} \times 6 = \frac{6(1+j)}{1-j^2}$

$\Rightarrow V_c(1) = \frac{6}{2} + \frac{6j}{2} = 3 + 3j$



چون جبهه‌ها برابر صفر می‌شوند پس امپدانس معادل ∞ (مدار باز) همیشه (تشدید رخ می‌دهد)

$\frac{j \times (-j)}{j + (-j)} = \infty$

$\Rightarrow V_c(1) = 3\sqrt{2} \cos(t+45^\circ) \quad (1)$

$\omega = \frac{1}{2}$

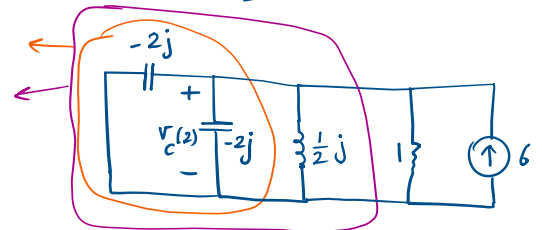
ب) فقط منبع جریان $6 \cos \frac{t}{2}$ را در نظر می‌گیریم (منبع ولتاژ اتصال کوتاه):

$6 \cos \frac{t}{2} \xrightarrow{\text{فازور}} 6$

$1 H \xrightarrow{j\omega L} \frac{1}{2} j$

$1 F \xrightarrow{\frac{1}{j\omega C}} -2j$

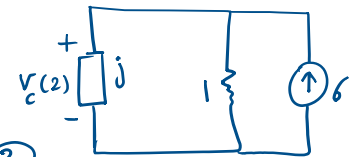
$-2j \parallel -2j = -j$
 $-j \parallel \frac{1}{2} j = \frac{-\frac{1}{2} j^2}{-j + \frac{1}{2} j} = j$



$V_c(2) = 6 \times (1 \parallel j) = 6 \times \frac{j}{1+j}$

$= 6 \times \frac{j(1-j)}{1-j^2} = 6 \times \frac{1+j}{2} = 3 + 3j$

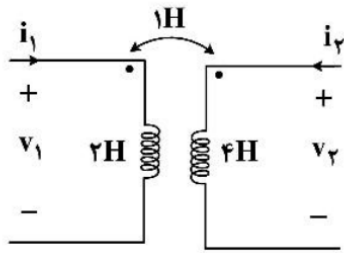
$\Rightarrow V_c(2) = 3\sqrt{2} \cos(\frac{t}{2} + 45) \quad (2)$



$(1) \text{ و } (2) \rightarrow V_c = V_c(1) + V_c(2) = 3\sqrt{2} \cos(t+45) + 3\sqrt{2} \cos(\frac{t}{2} + 45)$

گزینه (2)

۵۲- در مدار شکل زیر اگر $i_1 = 1 \text{ A}$ باشد و انرژی ذخیره شده در دو سلف تزویج شده ۷ ژول باشد، جریان i_2 چند آمپر است؟



- (۱) -۲ یا ۱٫۵+
- (۲) +۲ یا ۱٫۵+
- (۳) -۲ یا -۱٫۵
- (۴) +۲ یا -۱٫۵

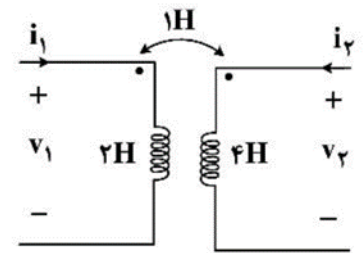
$$w_1 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \pm \frac{1}{2} M i_1 i_2$$

* انرژی دو سلف دارای تزویج:

$$w_2 = \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm \frac{1}{2} M i_1 i_2$$

$$w_T = w_1 + w_2 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

$L_1 = 2$ $L_2 = 4$ $M = +1$
 $i_1 = 1 \text{ A}$ $w_T = 7$



چون هر دو جریان از سر نقطه دار وارد می شوند، M مثبت است.

$$\Rightarrow 7 = \frac{1}{2} (2) (1)^2 + \frac{1}{2} (4) i_2^2 + 1 (1) i_2$$

$$\Rightarrow 7 = 1 + 2i_2^2 + i_2 \Rightarrow 2i_2^2 + i_2 - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(-6)(2) = 49$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} \left\{ \begin{array}{l} i_2 = 1.5 \\ i_2 = -2 \end{array} \right. \rightarrow \text{گزینه (۱)}$$

طرح سوال: آسان

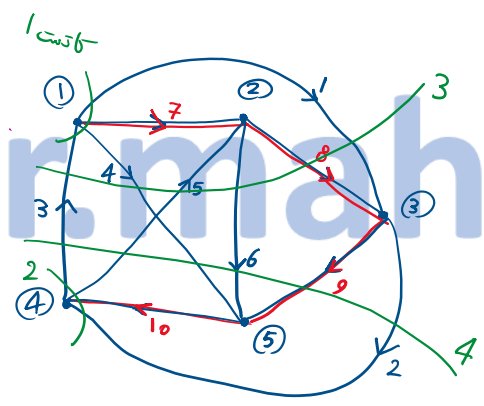
۵۳- برای یک گراف با ۱۰ شاخه و ۴ گره، ماتریس‌های حلقه اساسی B و کاتست اساسی Q برای یک درخت معین، داده شده است. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) تعداد عناصر غیرصفر ماتریس B، ۴ تا بیشتر از تعداد عناصر غیرصفر Q است.
- (۲) بدون داشتن گراف، در مورد مقایسه تعداد عناصر غیرصفر B و Q نمی‌توان اظهار نظر کرد.
- (۳) تعداد عناصر غیرصفر ماتریس B برابر تعداد عناصر غیرصفر Q است.
- (۴) تعداد عناصر غیرصفر ماتریس B، ۴ تا کمتر از تعداد عناصر غیرصفر Q است.

تعداد شاخه‌ها $b = 10$
 تعداد گره‌ها $n = 4$ $\xrightarrow{+}$ $n = n + 1 = 5$
 تعداد گره مستقل $L = b - n = 6$

\Rightarrow یک طرف با این مشخصات رسم می‌کنیم و ماتریس B و Q را بررسی می‌کنیم.

تعداد شاخه درخت $n = 4$
 لینک: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶
 شاخه درخت: ۷، ۸، ۹ و ۱۰
 تعداد لینک $L = 6$



	کاتست	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q =	1	1	0	-1	1	0	0	1	0	0	0
	2	0	1	-1	0	-1	0	0	0	0	1
	3	1	0	-1	1	-1	0	0	1	0	0
	4	0	1	-1	1	0	1	0	0	1	0

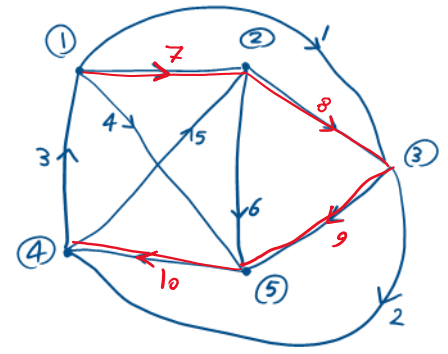
$E_{4 \times 6}$ $I_{4 \times 4}$

تعداد عناصر غیرصفر Q = 18

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B =	1	1	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
	2	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1
	3	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
	4	0	0	0	1	0	0	-1	-1	-1	0
	5	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
	6	0	0	0	0	0	1	0	-1	-1	0

$I_{6 \times 6}$ $F_{6 \times 4}$

- حلقه‌های اساسی
- (1, 7, 8)
 - (2, 9, 10)
 - (3, 7, 8, 9, 10)
 - (4, 7, 8, 9)
 - (5, 8, 9, 10)
 - (6, 8, 9)

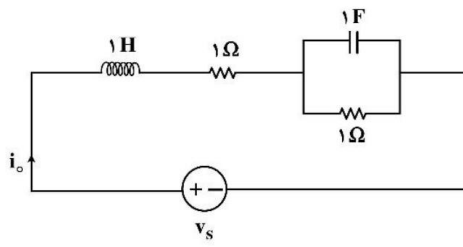


تعداد عناصر غیرصفر B = 22

\Rightarrow تعداد عناصر غیرصفر B، ۴ تا بیشتر از Q است \Rightarrow گزینه (۱)

طرح سوال: سفید

۵۲- معادله دیفرانسیل مدار داده شده کدام است؟



$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_o}{dt^2} - \gamma \frac{di_o}{dt} + \gamma i_o &= -\frac{dv_s}{dt} + v_s \quad (1) \\ \frac{d^2 i_o}{dt^2} - \gamma \frac{di_o}{dt} - \gamma i_o &= v_s \quad (2) \\ \frac{d^2 i_o}{dt^2} + \gamma \frac{di_o}{dt} + \gamma i_o &= \frac{dv_s}{dt} + v_s \quad (3) \\ \frac{d^2 i_o}{dt^2} + \gamma \frac{di_o}{dt} + \gamma i_o &= \frac{dv_s}{dt} \quad (4) \end{aligned}$$

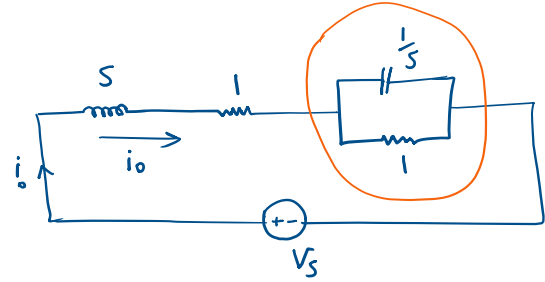
$$C \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$\frac{d}{dt} \leftrightarrow s$$

* مدار را به حوزه لاپلاس می بریم:

$$L \rightarrow sL$$

$$\frac{1}{s} \parallel 1 = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s} + 1} = \frac{1}{s+1}$$



$$KVL: \left(\frac{1}{s+1} + 1 + s \right) i_o = v_s$$

$$\xrightarrow{\times (s+1)} \left[1 + (s+1) + s(s+1) \right] i_o = (s+1) v_s$$

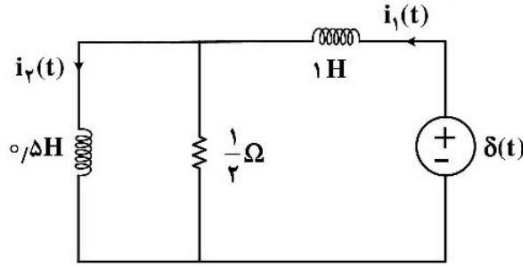
$$\Rightarrow (s^2 + 2s + 2) i_o = (s+1) v_s$$

$$\xrightarrow{s \leftrightarrow \frac{d}{dt}} \frac{d^2 i_o}{dt^2} + 2 \frac{di_o}{dt} + 2 i_o = \frac{dv_s}{dt} + v_s$$

نزدینه (3)

سطح سوال: آسان

۵۵- مقدار $i_1(+\infty)$ چند آمپر است؟ (مدار در $t=0^-$ در حالت صفر است.)

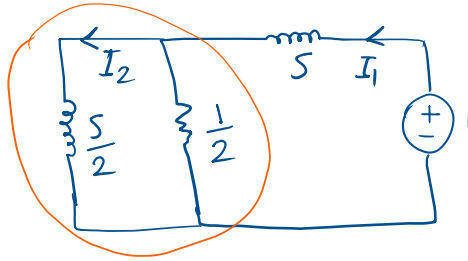


- (۱) صفر
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) $-\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{1}{3}$

$$\delta(t) \xrightarrow{L} 1$$

$$1H \rightarrow S$$

$$0.5H \rightarrow \frac{S}{2}$$



x مدار را به حوزه لاپلاس مربعیم:

$$\frac{S}{2} \parallel \frac{1}{2} = \frac{\frac{S}{4}}{\frac{S+1}{2}} = \frac{2S}{4(S+1)} = \frac{S}{2(S+1)}$$

$$I_1 = \frac{1}{S + \frac{S}{2(S+1)}} = \frac{2(S+1)}{2S(S+1) + S} = \frac{2(S+1)}{2S^2 + 3S}$$

$$I_2 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{S}{2} + \frac{1}{2}} \times I_1 = \frac{1}{S+1} \times \frac{2(S+1)}{2S^2 + 3S} = \frac{2}{S(2S+3)}$$

$$f(\infty) = \lim_{S \rightarrow 0} S F(S) \quad \text{طبق قضیه مقدار نهایی}$$

$$\Rightarrow i_2(\infty) = \lim_{S \rightarrow 0} S \frac{2}{S(2S+3)} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{2}{2S+3} = \frac{2}{3}$$

زیرین (2)

طرح سوال: آسان

۵۶- پاسخ یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان به ازای ورودی شیب واحد به شکل $v_o(t) = (1 - e^{-t} - te^{-t})u(t)$

می‌باشد. پاسخ حالت دائمی مدار به ازای ورودی $i_s(t) = [1 + 2\sin(t - \frac{\pi}{4})]u(t)$ کدام است؟

(۱) $v_o(t) = \cos(t - \frac{\pi}{4})$

(۲) $v_o(t) = \frac{1}{2}\cos(t + \frac{\pi}{4})$

(۳) $v_o(t) = \sin(t - \frac{\pi}{4})$

(۴) $v_o(t) = \frac{1}{2}\sin(t - \frac{\pi}{4})u(t)$

* ابتدا $H(s)$ را بدست می‌آوریم:

ورودی شیب $V_i = tu(t) \xrightarrow{\text{لاپلاس}} V_i(s) = \frac{1}{s^2}$

خروجی $V_o = (1 - e^{-t} - te^{-t})u(t) \xrightarrow{\text{لاپلاس}} V_o(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}}{\frac{1}{s^2}} = s - \frac{s^2}{s+1} - \frac{s^2}{(s+1)^2} = \frac{s(s+1)^2 - s^2(s+1) - s^2}{(s+1)^2}$$

$$= \frac{(s^3 + 2s^2 + s) - (s^3 + s^2) - s^2}{(s+1)^2} = \frac{s}{(s+1)^2} \quad H(s)$$

* چون ورودی مورد نظرمان در حالت دائمی است باید با استفاده از $H(s)$ ، $H(j\omega)$ را بدست آوریم: $(s = j\omega)$
 $\omega = 1 \Rightarrow s = j$

$$H(j\omega) = H(j) = \frac{j}{(j+1)^2} = \frac{j}{j^2 + 2j + 1} = \frac{j}{2j} = \frac{1}{2} \angle 0^\circ$$

ورودی مان از دو بخش dc و حالت دائمی \rightarrow سینوسی تشکیل شده است ولی چون سؤال پاسخ حالت

دائمی سینوسی را خواسته، فقط بخش سینوسی را در نظر می‌گیریم \leftarrow

$$i_s = 2\sin(t - \frac{\pi}{4})$$

$$i_s = 2\cos(t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}) = 2\cos(t - \frac{3\pi}{4}) = 2 \angle -\frac{3\pi}{4}$$

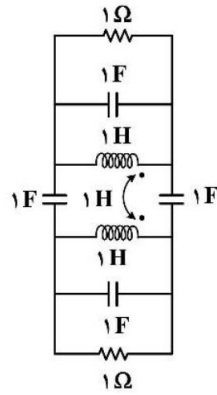
یادآوری: $\begin{cases} \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x) \\ \sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \\ \cos(-x) = \cos x \end{cases}$

پاسخ حالت دائمی سینوسی: $V_o = H(j\omega) \times i_s = (\frac{1}{2} \angle 0^\circ)(2 \angle -\frac{3\pi}{4}) = 1 \angle -\frac{3\pi}{4}$

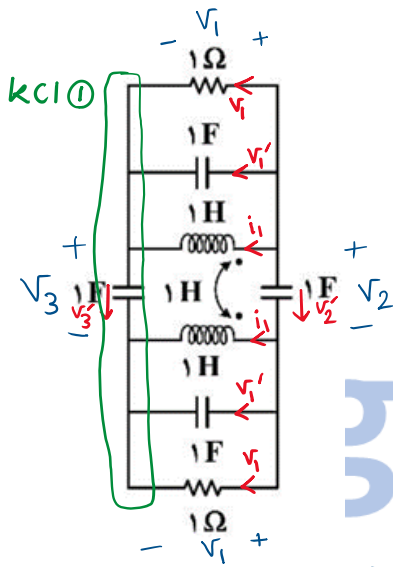
$$\Rightarrow V_o(t) = \cos(t - \frac{3\pi}{4}) = \sin(t - \frac{\pi}{4}) \quad \text{گزینه (۳)}$$

طرح سؤال: متوسط

۵۷- در مدار شکل زیر، اگر دستگاه معادلات حالت به شکل $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)$ نوشته شود، مقادیر ویژه ماتریس A کدام هستند؟



- (۱) صفر و $-\frac{1}{3} \pm j\frac{1}{3}$
 (۲) صفر و $-\frac{1}{3} \pm j\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$
 (۳) $-\frac{1}{3} \pm j\frac{1}{3}$
 (۴) صفر و $\pm j\frac{1}{3}$



* مدار متقارن است.

* ولتاژ دوسر مقاومت را v_1 نام نذاریم و جریانی که از آن می‌گذرد i_1 را هم مشخص نکنیم.

* جریان لف را i_1 در نظر بگیریم. $i_c = C \frac{dv_c}{dt} = 1 \times \frac{dv_c}{dt} = v_c'$

$$KCL \text{ ①} : v_1 + v_1' + i_1 + i_1 + v_1' + v_1 = 0$$

$$\Rightarrow 2(v_1' + v_1 + i_1) = 0 \Rightarrow v_1' = -v_1 - i_1 \quad \text{①}$$

ولتاژ دوسر لف های تزویج : $v_L = i_1' + i_1' = 2i_1'$

$$v_1 = v_L \Rightarrow v_1 = 2i_1' \Rightarrow i_1' = \frac{1}{2}v_1 \quad \text{②}$$

$$\text{①, ②} \rightarrow \begin{bmatrix} v_1' \\ i_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

* برای به دست آوردن مقادیر ویژه ماتریس A، باید دترمینان ماتریس $[\lambda I - A]$ را برابر صفر قرار دهیم و ریشه های آن را بدست آوریم.

$$\lambda I - A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \lambda \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \lambda + 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda(\lambda + 1) - (-\frac{1}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 + \lambda + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Delta = 1 - 2 = -1 \Rightarrow \lambda = \frac{-1 \pm j}{2}$$

به دلیل وارد نشدن جریان خازن‌های کناری (C_2 و C_3) در معادلات

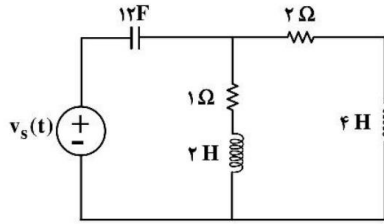
مقدار ویژه آن‌ها برابر صفر است. $\lambda = 0$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 0 \quad \lambda_{2,3} = -\frac{1}{2} \pm \frac{j}{2} \quad \text{گزینه (ا)}$$

طرح سؤال: سخت

۵۸- فرکانس‌های طبیعی مدار زیر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$
- (۲) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$



به دست آوردن معادله مشخصه یا فرکانس‌های طبیعی

صفر قرار دادن دترمینان

$|Z_m| = 0$

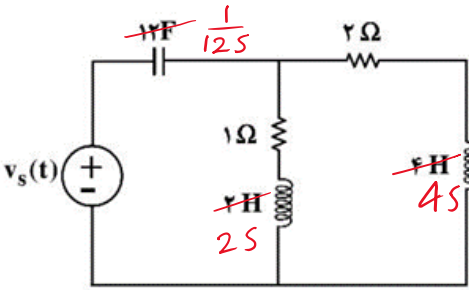
$|Y_m| = 0$

$|SI - A| = 0$

ماتریس امپدانس

ماتریس ادیتانس

ماتریس A معادلات حالت



ماتریس امپدانس:

$$Z_m = \begin{bmatrix} 2S+1+\frac{1}{12S} & -(2S+1) \\ -(2S+1) & 4S+2+1+2S \end{bmatrix}$$

$6S+3$

$$|Z_m| = 0 \Rightarrow (2S+1+\frac{1}{12S})(6S+3) - (2S+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (2S+1) \left[6S+3+\frac{1}{4S} - (2S+1) \right] = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2S+1=0 \Rightarrow S = -\frac{1}{2} \\ 4S+2+\frac{1}{4S}=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 16S^2+8S+1=0 \Rightarrow (4S+1)^2=0 \Rightarrow S = -\frac{1}{4} \text{ و } S = -\frac{1}{4}$$

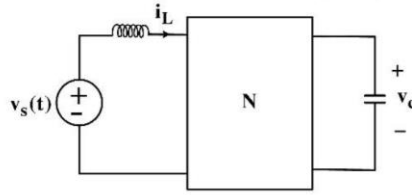
گزینه (۴)

طرح سوال: آسان

۵۹- شبکه N از عناصر RLC خطی تغییرناپذیر با زمان و بسوی تشکیل شده است.

تابع شبکه $H_1(s) = \frac{V_c(s)}{V_s(s)} = \frac{s+7}{(s+2)(s+3)}$ را داریم و به ازای یک دسته شرایط اولیه و برای $v_s(t) = 0$ داریم:

$i_L(t) = 5te^{-2t} + 3e^{-4t}$ کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ $t > 0$



(۱) متغیر $v_c(t)$ حداقل دو فرکانس طبیعی دارد.

(۲) تابع شبکه $H_1(s) = \frac{I_L(s)}{V_s(s)}$ حداکثر ۳ قطب دارد.

(۳) مرتبه مدار حداقل ۴ است.

(۴) مرتبه مدار می‌تواند ۵ و فرکانس‌های طبیعی آن $-2, -2, -3, -4$ باشد.

$H_1(s) = \frac{V_c}{V_s} = \frac{s+7}{(s+2)(s+3)}$ دو فرکانس طبیعی $\rightarrow S_1 = -2, S_2 = -3$
(قطب متضرب V_c)

$V_s = 0$ اعمال شرایط اولیه $\Rightarrow i_L = 5te^{-2t} + 3e^{-4t} \rightarrow S_3 = -2, S_4 = -4$

\Rightarrow فرکانس‌های طبیعی: $\{-2, -2, -3, -4\}$
قطب مدار

* در نتیجه مدار حداقل ۴ فرکانس طبیعی دارد، یعنی حداقل مدار مرتبه ۴ است.

* تعداد فرکانس‌های طبیعی می‌تواند بیشتر باشد، چون ممکن است برخی از قطب‌ها با صفرهای صورت ساده شده باشند.

* همچنین با اعمال شرایط اولیه مختلف می‌تواند برخی فرکانس‌ها را حذف کرد.

\Leftarrow گزینه (۲) نادرست است چون می‌توان با اعمال شرایط اولیه متفاوت ۴ قطب را مشاهده کرد.

\Leftarrow جواب: گزینه (۲)

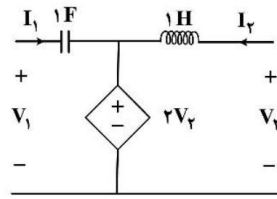
طرح سوال: متوسط

۶۰- پارامترهای ماتریس امپدانس مدار باز دو قطبی زیر کدام است؟

- (۱) $Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 2s \\ s & 0 \end{pmatrix}$
- (۲) $Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & -2s \\ 0 & -s \end{pmatrix}$
- (۳) $Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 2 \\ 0 & -s \end{pmatrix}$
- (۴) $Z = \begin{pmatrix} \frac{1}{s} & 2 \\ 0 & s+2 \end{pmatrix}$

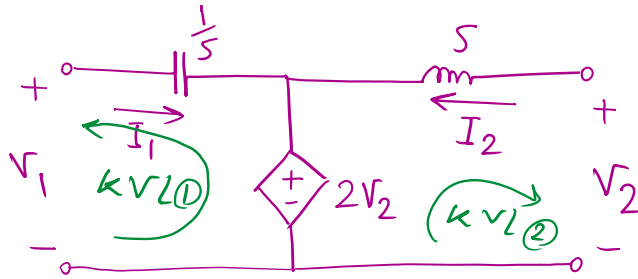
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$



$$1F \rightarrow \frac{1}{s}$$

$$1H \rightarrow s$$



$$KVL \text{ ①: } 2V_2 + \frac{1}{s} I_1 = V_1$$

$$KVL \text{ ②: } 2V_2 + s I_2 = V_2 \rightarrow V_2 = -s I_2 \Rightarrow Z_{21} = 0 \quad Z_{22} = -s$$

$$2(-s I_2) + \frac{1}{s} I_1 = V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{s} I_1 - 2s I_2 \Rightarrow Z_{11} = \frac{1}{s}$$

$$Z_{12} = -2s$$

$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -2s \\ 0 & -s \end{bmatrix}$$

گزینه (۲)

سطل سوال : آسان